Köszönöm Matolcsi Tamásnak, hogy diákkorom óta igyekezett elültetni bennem a kristálytiszta matematikai szigorúság iránti tiszteletet, csodálatot és vágyakozást

Köszönöm Matolcsi Tamásnak, hogy diákkorom óta igyekezett elültetni bennem a kristálytiszta matematikai szigorúság iránti tiszteletet, csodálatot és vágyakozást

Amikor a matek vezeti a fizikust,

Amikor a matek vezeti a fizikust,

avagy

Amikor a matek vezeti a fizikust,

avagy

a fizikai fogalmak illékonyságáról

Amikor a matek vezeti a fizikust,

avagy

a fizikai fogalmak illékonyságáról

Dávid Gyula

ELTE TTK Fizikai Intézet

Amikor a matek vezeti a fizikust,

avagy

a fizikai fogalmak illékonyságáról

Dávid Gyula

ELTE TTK Fizikai Intézet

Szepessy Dávid
BSc 1. fizikus hallgató

Amikor a matek vezeti a fizikust,

avagy

a fizikai fogalmak illékonyságáról

Dávid Gyula

ELTE TTK Fizikai Intézet

Szepessy Dávid
BSc 1. fizikus hallgató
készülő TDK-dolgozata
ábráinak felhasználásával

MT módszertana:

MT módszertana:

(ahogy én értettem)

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Matematikai modell

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Matematikai modell

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

matematikai objektumok és kapcsolataik

Matematikai modell

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

működtessük a matekot!

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

működtessük a matekot!

a/ precízen!

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk
„fizikai megfontolásokra”
és megérzésekre!

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

MT módszertana:
(ahogy én értettem)

Fizikai modell

fizikai fogalmak

fizikai eredmény és értelmezés

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk
„fizikai megfontolásokra”
és megérzésekre!

Fizikai modell

fizikai fogalmak

fizikai eredmény
és értelmezés

Matematikai modell

matematikai
objektumok
és kapcsolataik

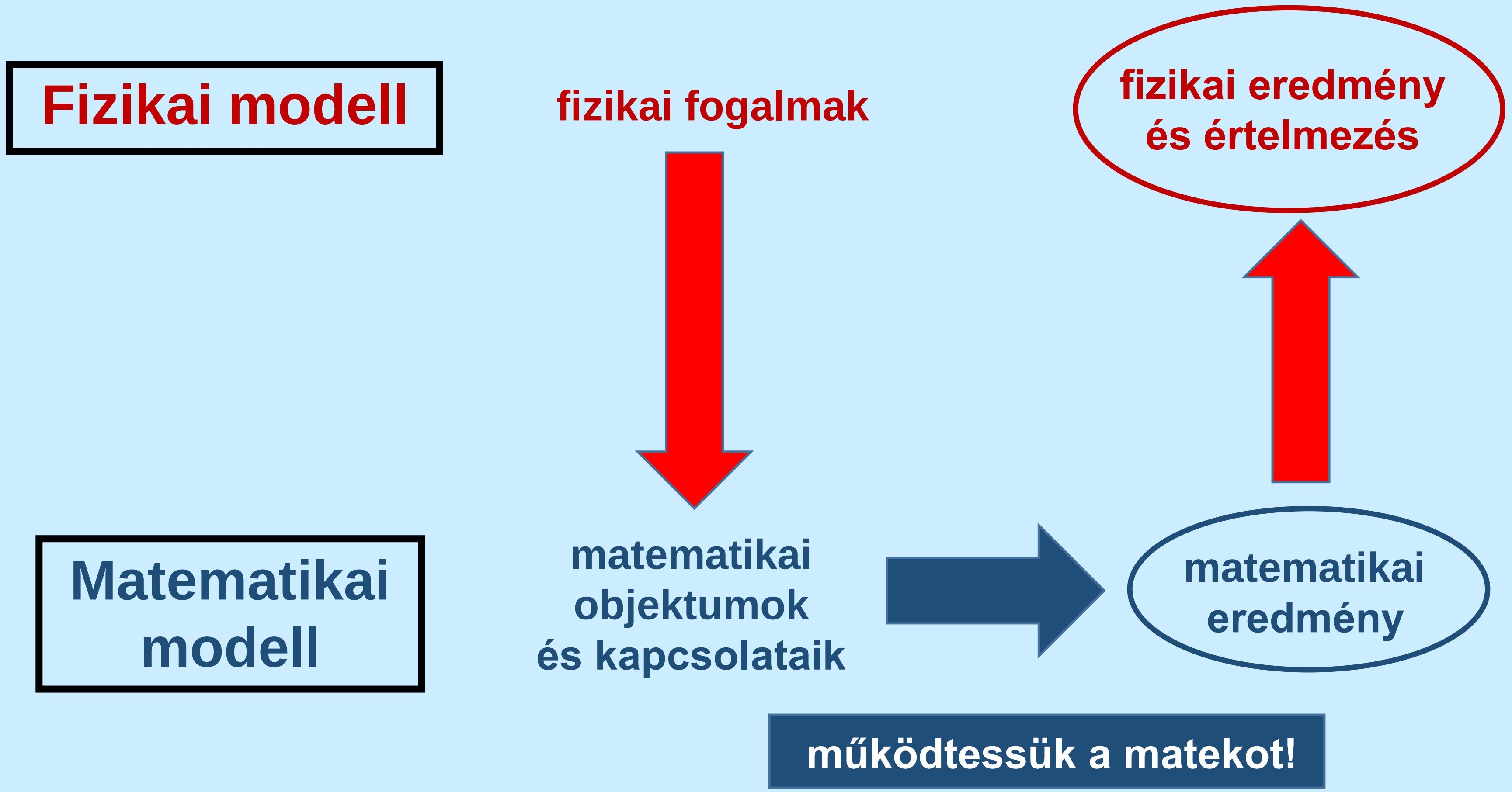
matematikai
eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk
„fizikai megfontolásokra”
és megérzésekre!

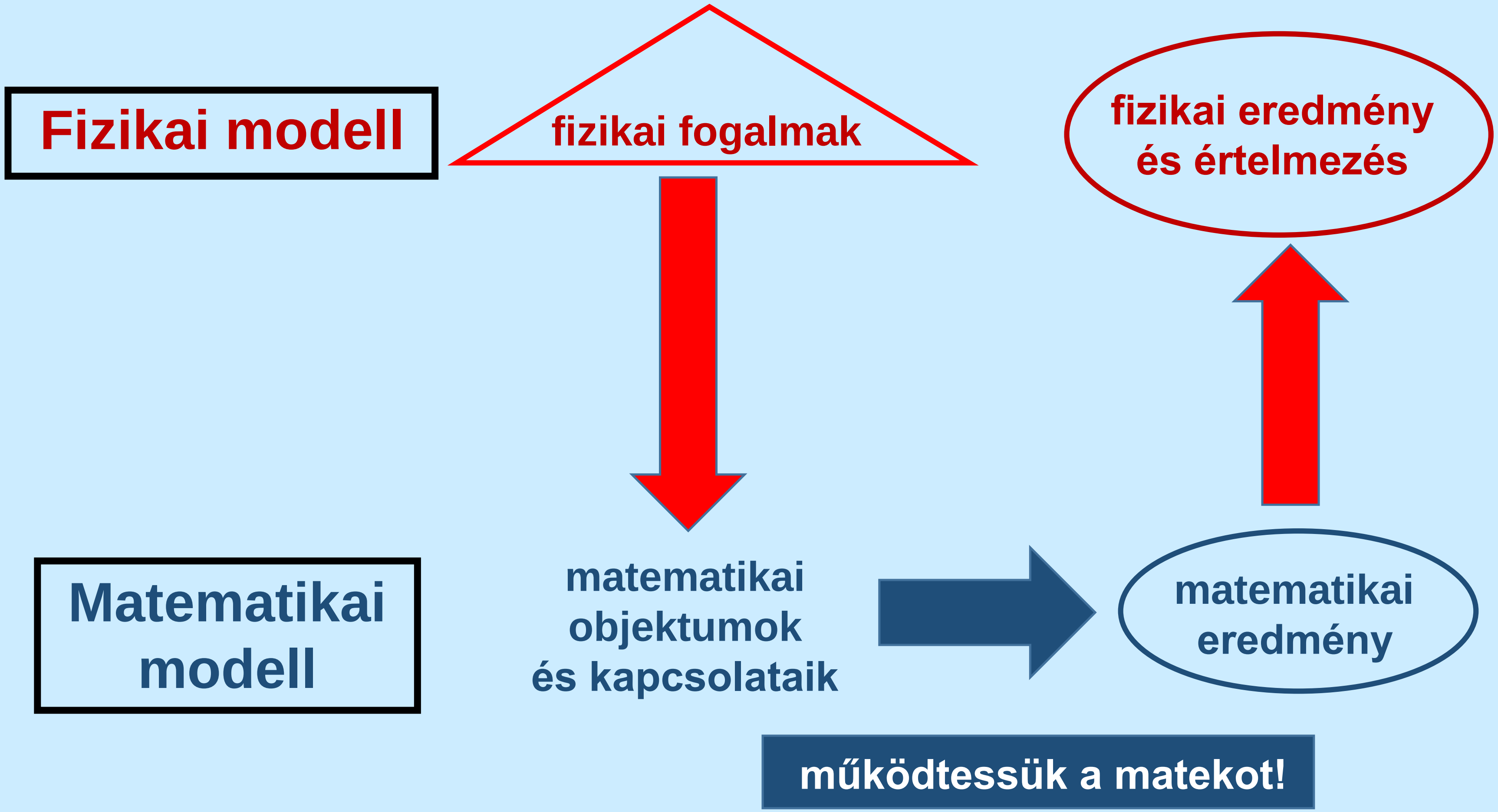
**Hibalehetőség,
előítéletek:**



a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Hibalehetőség, előítéletek:



a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Hibalehetőség, előítéletek:

esetleg túl sok, nem releváns fizikai fogalmat vezetünk be!

Fizikai modell

fizikai fogalmak

fizikai eredmény és értelmezés

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Módosított módszertan:

Módosított módszertan:

Fizikai modell

Módosított módszertan:

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

Matematikai modell

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

Matematikai modell

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

↓

matematikai objektumok és kapcsolataik

Matematikai modell

Módosított módszertan:

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

Fizikai modell

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

matematikai objektumok és kapcsolataik

Matematikai modell

működtessük a matekot!

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

működtessük a matekot!

a/ precízen!

Módosított módszertan:

csak a minimálisan szükséges

Fizikai modell

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

fizikai eredmény és értelmezés

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

fizikai eredmény és értelmezés

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

fizikai eredmény és értelmezés

további fizikai fogalmak bevezetése az eredmény értelmezése céljából

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

fizikai eredmény és értelmezés

további fizikai fogalmak bevezetése az eredmény értelmezése céljából

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

fizikai eredmény és értelmezés

további fizikai fogalmak bevezetése az eredmény értelmezése céljából

ez többféleképpen lehetséges!

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Módosított módszertan:

Fizikai modell

csak a minimálisan szükséges

fizikai fogalmak

fizikai eredmény és értelmezés

további fizikai fogalmak bevezetése az eredmény értelmezése céljából

ez többféleképpen lehetséges!

Az értelmezéshez használt fizikai fogalmak esetlegesek, illékonyak

Matematikai modell

matematikai objektumok és kapcsolataik

matematikai eredmény

működtessük a matekot!

a/ precízen!

b/ közben ne hivatkozzunk „fizikai megfontolásokra” és megérzésekre!

Tanulságos példa:

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

figyelmeztetés:

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

figyelmeztetés:

A skalármező ténylegesen létezik!

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

figyelmeztetés:

A skalármező ténylegesen létezik!

2012. július 4.: F. Englert és P. Higgs
a Higgs-részecske felfedezésének bejelentésekor

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

figyelmeztetés:

A skalármező ténylegesen létezik!

2012. július 4.: F. Englert és P. Higgs
a Higgs-részecske felfedezésének bejelentésekor

a Higgs-részecske egy négyes skalármező kvantuma!

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

figyelmeztetés:

A skalármező ténylegesen létezik!

Érdemes elméletileg megvizsgálni a tulajdonságait

2012. július 4.: F. Englert és P. Higgs
a Higgs-részecske felfedezésének bejelentésekor

a Higgs-részecske egy négyes skalármező kvantuma!

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset:

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset: sztatikus, centrális Kepler-potenciálban (egy bizonyos inerciarendszerben)

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset: sztatikus, centrális Kepler-potenciálban (egy bizonyos inerciarendszerben)

Mit keresünk?

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset: sztatikus, centrális Kepler-potenciálban (egy bizonyos inerciarendszerben)

Mit keresünk? a részecske pályáját

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset: sztatikus, centrális Kepler-potenciálban (egy bizonyos inerciarendszerben)

Mit keresünk? a részecske pályáját

Milyen fizikai fogalmakat használunk?

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset: sztatikus, centrális Kepler-potenciálban (egy bizonyos inerciarendszerben)

Mit keresünk?

a részecske pályáját

Milyen fizikai fogalmakat használunk?

négyeskoordináták
sajátidő
négyessebesség
Lagrange-függvény
hatásintegrál

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset: sztatikus, centrális Kepler-potenciálban (egy bizonyos inerciarendszerben)

Mit keresünk?

a részecske pályáját

Milyen fizikai fogalmakat használunk?

négyeskoordináták
sajátidő
négyessebesség
Lagrange-függvény
hatásintegrál

Milyen szokásos fizikai fogalmakat NEM használunk?

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset: sztatikus, centrális Kepler-potenciálban (egy bizonyos inerciarendszerben)

Mit keresünk?

a részecske pályáját

Milyen fizikai fogalmakat használunk?

négyeskoordináták
sajátidő
négyessebesség
Lagrange-függvény
hatásintegrál

Milyen szokásos fizikai fogalmakat NEM használunk?

tömeg
impulzus
energia
perdület

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset: sztatikus, centrális Kepler-potenciálban (egy bizonyos inerciarendszerben)

Mit keresünk?

a részecske pályáját

Milyen fizikai fogalmakat használunk?

négyeskoordináták
sajátidő
négyessebesség
Lagrange-függvény
hatásintegrál

Milyen szokásos fizikai fogalmakat NEM használunk?

tömeg
impulzus
energia
perdület

Matematikai módszer:

Tanulságos példa: **Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben**

Speciális eset: sztatikus, centrális Kepler-potenciálban (egy bizonyos inerciarendszerben)

Mit keresünk?

a részecske pályáját

Milyen fizikai fogalmakat használunk?

négyeskoordináták
sajátidő
négyessebesség
Lagrange-függvény
hatásintegrál

Milyen szokásos fizikai fogalmakat NEM használunk?

tömeg
impulzus
energia
perdület

Matematikai módszer:

a szokásos variációszámítás, nemrelativisztikus és relativisztikus verzióban

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau$$

szabad részecske

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau$$

részecske skalármezőben

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\; d\tau = -\int W(x)\, d\tau$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\, d\tau = -\int W(x)\, d\tau$$

kovariáns mozgásegyenlet

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\, u_k\right) = \partial_k W(x)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\; d\tau = -\int W(x)\, d\tau$$

kovariáns mozgásegyenlet

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\, u_k\right) = \partial_k W(x)$$

avagy

$$\frac{W(x)}{c^2}\frac{d\,u^k}{d\tau} = \left(\delta^k_l - \frac{u^k\, u_l}{c^2}\right)\partial_l W(x)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

kovariáns mozgásegyenlet

nemrelativisztikus alak

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k \right) = \partial_k W(x)$$

avagy

$$\frac{W(x)}{c^2}\frac{d\,u^k}{d\tau} = \left(\delta^k_l - \frac{u^k\,u_l}{c^2} \right) \partial_l W(x)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

kovariáns mozgásegyenlet

nemrelativisztikus alak

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k \right) = \partial_k W(x)$$

avagy

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\frac{W(x)}{c^2}\frac{d\,u^k}{d\tau} = \left(\delta^k_l - \frac{u^k\,u_l}{c^2} \right) \partial_l W(x)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\, d\tau = -\int W(x)\, d\tau = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

kovariáns mozgásegyenlet

nemrelativisztikus alak

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{W(x)}{c^2}\, u_k \right) = \partial_k W(x)$$

avagy

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\frac{W(x)}{c^2} \frac{d\,u^k}{d\tau} = \left(\delta^k_l - \frac{u^k\, u_l}{c^2} \right) \partial_l W(x)$$

$$\frac{W(\mathbf{r},\, t)}{c^2}\, \mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2} \frac{\partial W}{\partial t} \right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\, d\tau = -\int W(x)\, d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\frac{W(\mathbf{r},\, t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\, d\tau = -\int W(x)\, d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset:

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\frac{W(\mathbf{r},\, t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\; d\tau = -\int W(x)\, d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right)\, dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\frac{W(\mathbf{r},\, t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\frac{W(\mathbf{r},\,t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\frac{W(\mathbf{r},\,t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\,\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\;d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right)\,dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\frac{W(\mathbf{r},\,t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\,\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$\Phi(x) = -\frac{q}{r}$$

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\frac{W(\mathbf{r},\,t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\, d\tau = -\int W(x)\, d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

nemrelativisztikus alakú mozgásegyenlet

$$\Phi(x) = -\frac{q}{r}$$

$$W(\mathbf{r}, t) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r}, t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int \left(1 + g\,\Phi(x)\right)\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right)\,dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$\Phi(x) = -\frac{q}{r}$$

$$\cancel{W(\mathbf{r}, t) = 1 - \frac{R}{r}}$$

$$\frac{W(\mathbf{r}, t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\, d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\, d\tau = -\int W(x)\, d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\Phi(x) = -\frac{q}{r}$$

$$\cancel{W(\mathbf{r}, t)} = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r}, t)}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\Phi(x) = -\frac{q}{r}$$

$$\cancel{W(\mathbf{r},t) = 1 - \frac{R}{r}}$$

$$\cancel{\frac{W(\mathbf{r},t)}{c^2}\mathbf{a} = -\left(1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)}$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\Phi(x) = -\frac{q}{r}$$

$$W(\mathbf{r}, \cancel{t}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r}, \cancel{t})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\cancel{\frac{\partial W}{\partial t}}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

$$\Phi(x) = -\frac{q}{r}$$

$$W(\mathbf{r}, \cancel{t}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r}, \cancel{t})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\left(\nabla W + \frac{\mathbf{v}}{c^2}\cancel{\frac{\partial W}{\partial t}}\right)$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

hatásintegrál:

$$S = -\int d\tau - g\int \Phi(x)\,d\tau = -\int (1 + g\,\Phi(x))\,d\tau = -\int W(x)\,d\tau = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Relativisztikus pontrészecske mozgása skalármezőben

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

~~Relativisztikus~~ pontrészecske mozgása skalármezőben

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

~~Relativisztikus~~ pontrészecske mozgása skalármezőben

Klasszikus pontrészecske mozgása

Speciális eset: (egy bizonyos inerciarendszerben)

sztatikus,
centrális
Kepler-potenciál

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

Teljesen ártatlan klasszikus probléma,
jól ismert,
megbízható matematikával

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

Teljesen ártatlan klasszikus probléma,
jól ismert,
megbízható matematikával

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

a mozgásegyenlet
megoldható

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

a mozgásegyenlet
megoldható

↓

numerikusan

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

a mozgásegyenlet
megoldható

numerikusan
(Euler-lépegetés)

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

a mozgásegyenlet megoldható

analitikusan

numerikusan
(Euler-lépegetés)

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

a mozgásegyenlet
megoldható

analitikusan

numerikusan
(Euler-lépegetés)

a részleteket az
olvasóra bízzuk

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

a mozgásegyenlet megoldható

analitikusan

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

a részleteket az olvasóra bízzuk

numerikusan (Euler-lépegetés)

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

a mozgásegyenlet megoldható

analitikusan → **a pálya egyenlete polárkoordinátákban:**

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon\,\cos(k\,\varphi)}}$$

a részleteket az olvasóra bízzuk

numerikusan (Euler-lépegetés)

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

a mozgásegyenlet megoldható

analitikusan → **a pálya egyenlete polárkoordinátákban:**

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon\cos(k\,\varphi)}}$$

ismerősnek tűnik…

a részleteket az olvasóra bízzuk

numerikusan (Euler-lépegetés)

működtessük a matekot!

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)\nabla W(\mathbf{r})$$

Klasszikus pontrészecske mozgása

a mozgásegyenlet megoldható

analitikusan

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon\cos(k\,\varphi)}}$$

$$k^2 = 1 + \frac{R^2\left(c^2 - v_0^2\right)}{r_0^4\,\dot{\varphi}^2} > 1$$

ismerősnek tűnik…

numerikusan
(Euler-lépegetés)

a részleteket az olvasóra bízzuk

működtessük a matekot!

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

$$k^2 = 1 + \frac{R^2\,(c^2 - v_0^2)}{r_0^4\,\dot{\varphi}^2} > 1$$

ismerősnek tűnik…

működtessük a matekot!

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

ismerősnek tűnik…

működtessük a matekot!

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

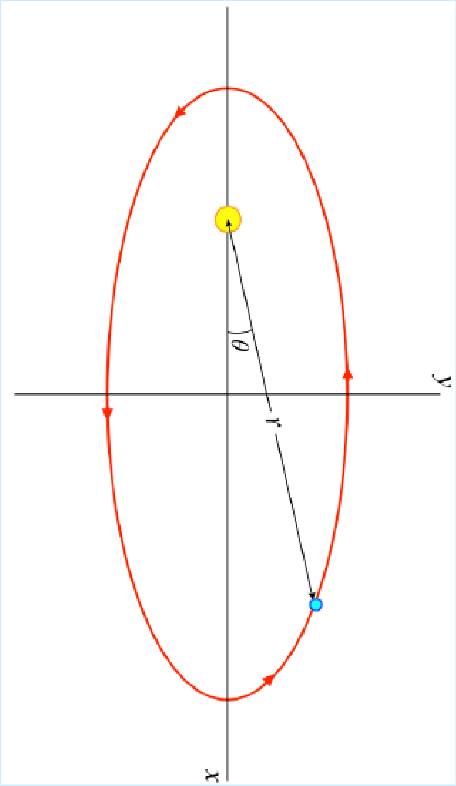
ismerősnek tűnik…

k = 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

ismerősnek tűnik…

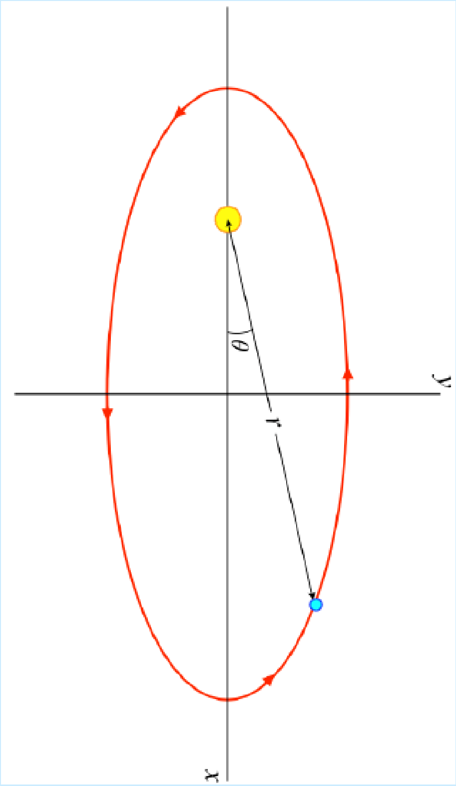


k = 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

ismerősnek tűnik…



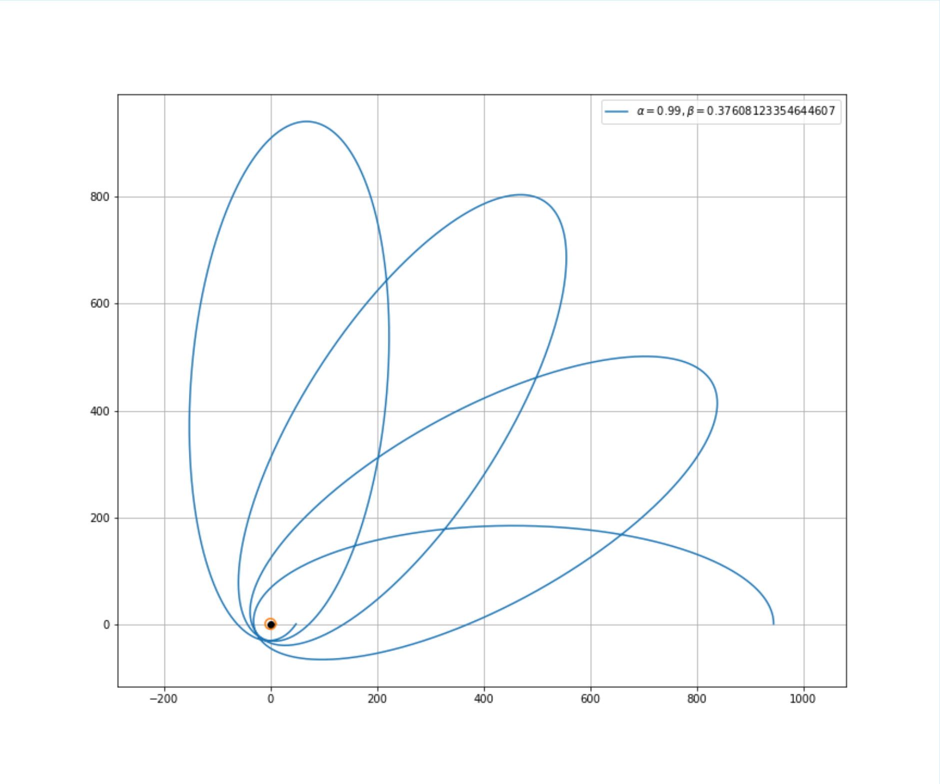
k < 1

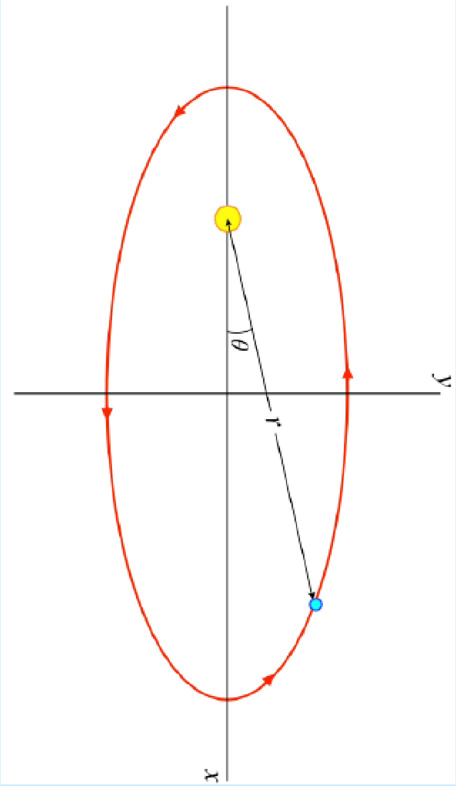
k = 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…





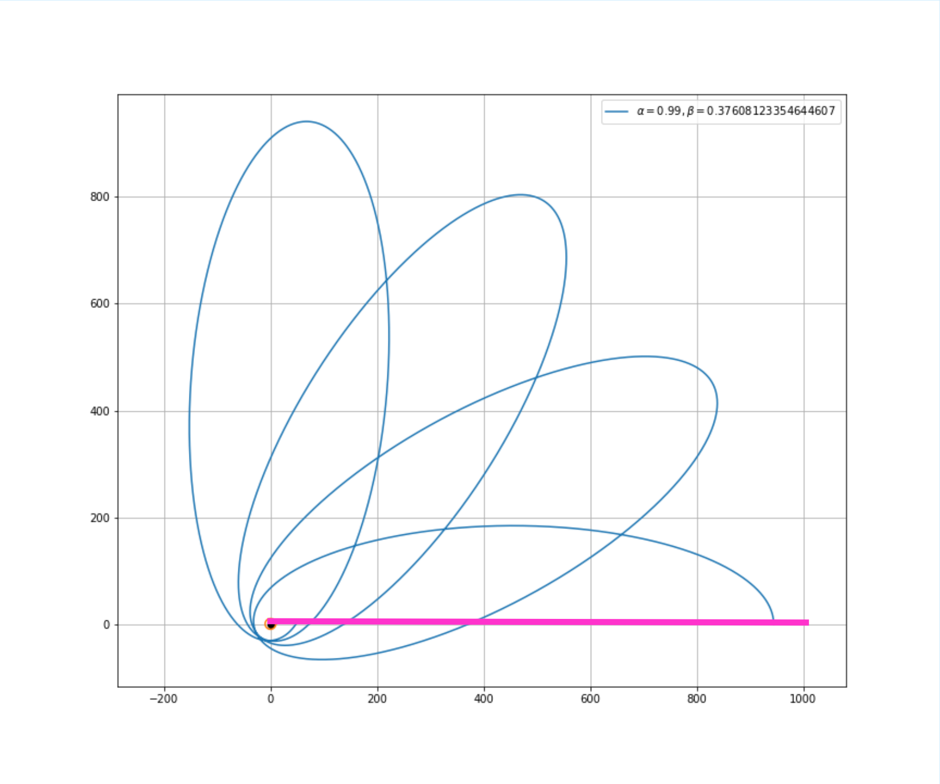
k < 1

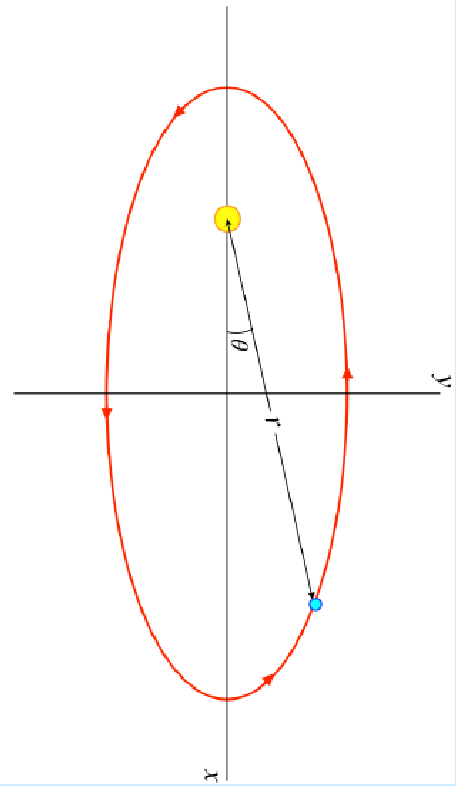
k = 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…





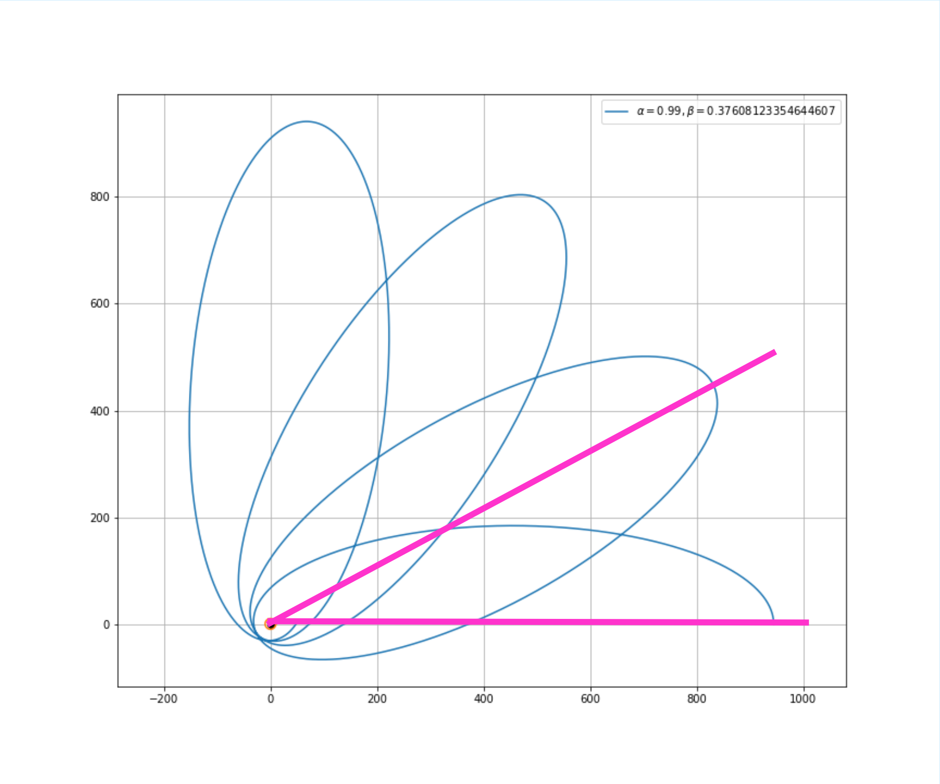
k < 1

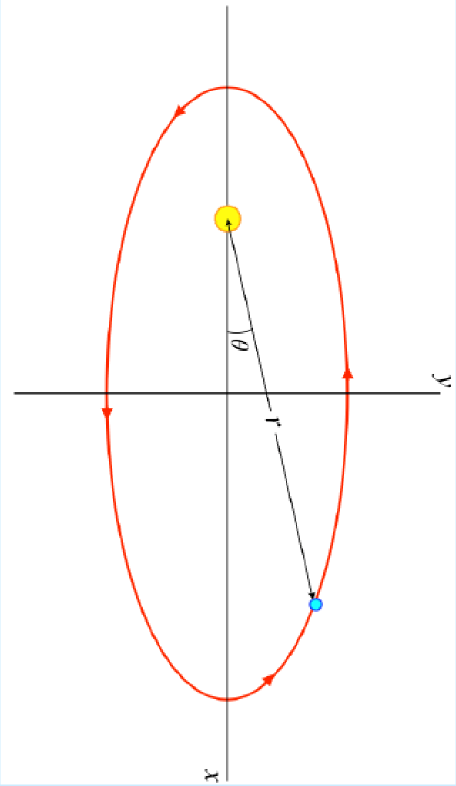
k = 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…





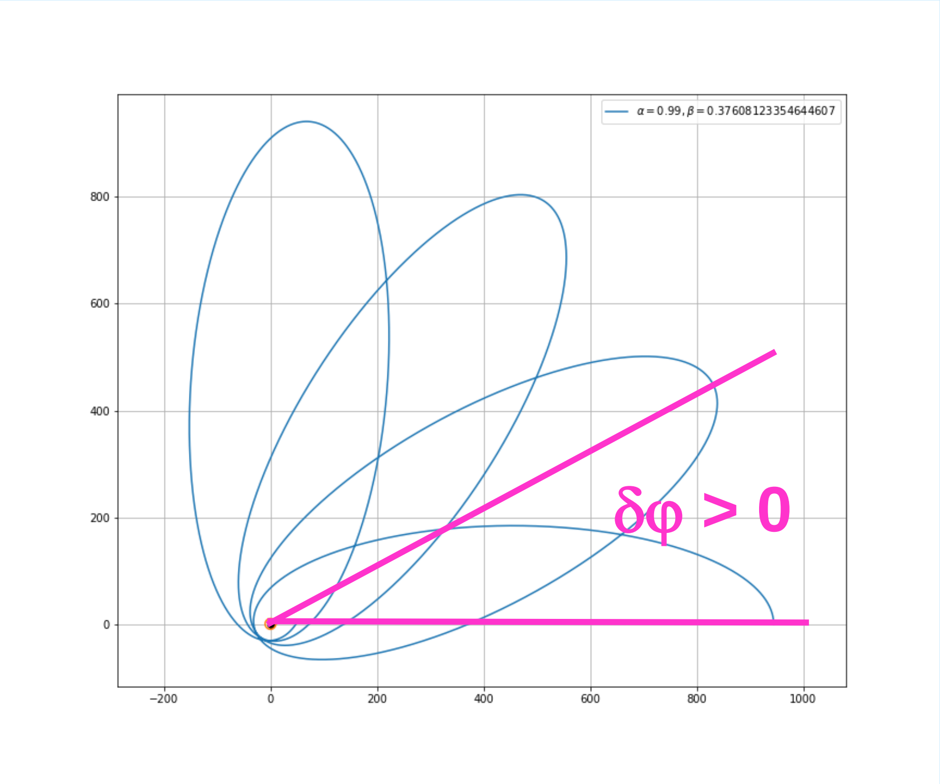
k < 1

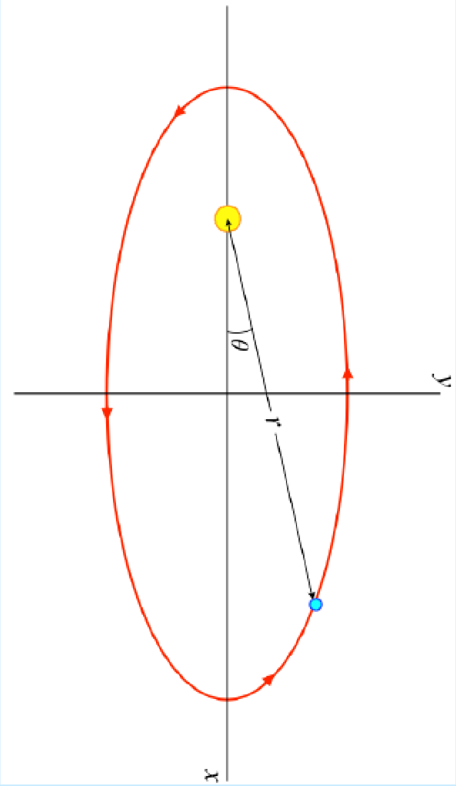
k = 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…





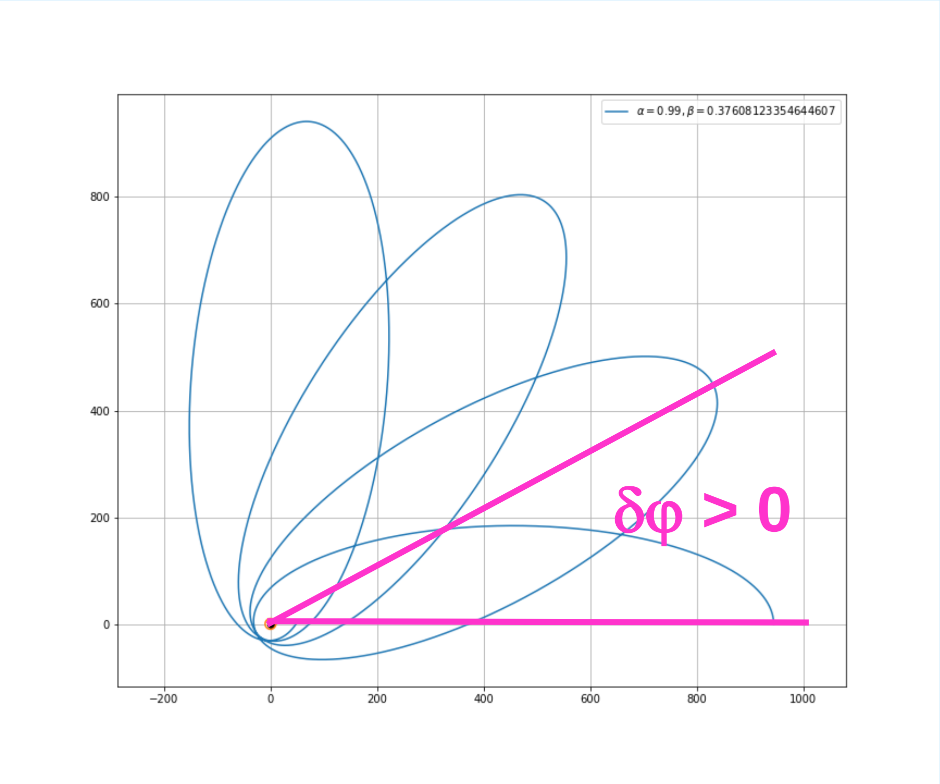
k < 1

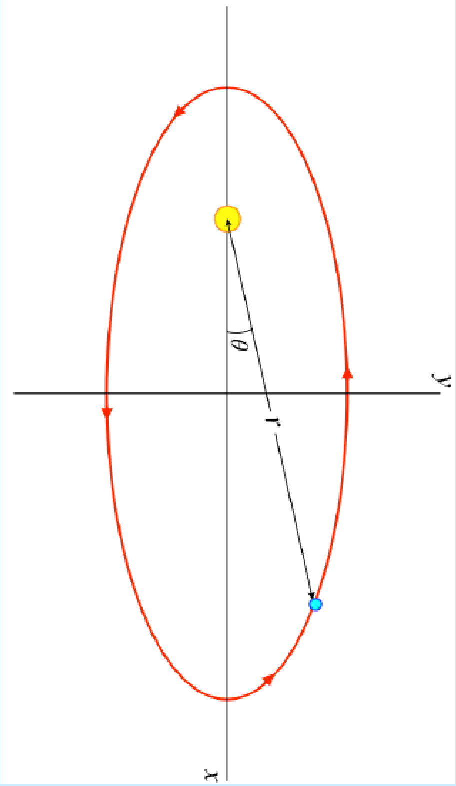
k = 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…





Sommerfeld, Einstein

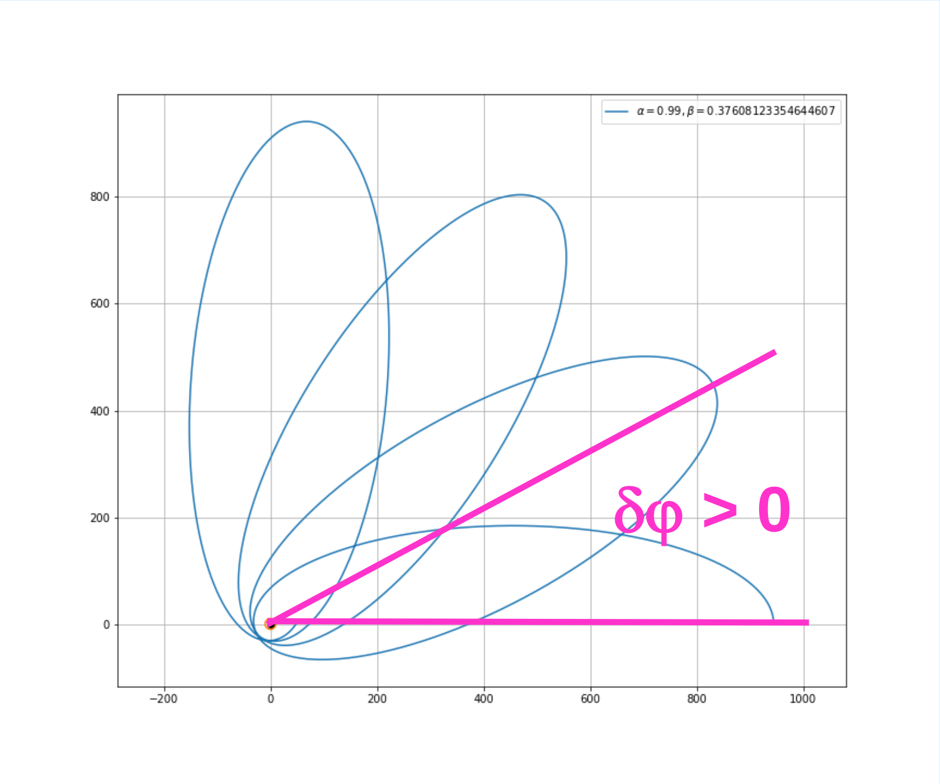
k < 1

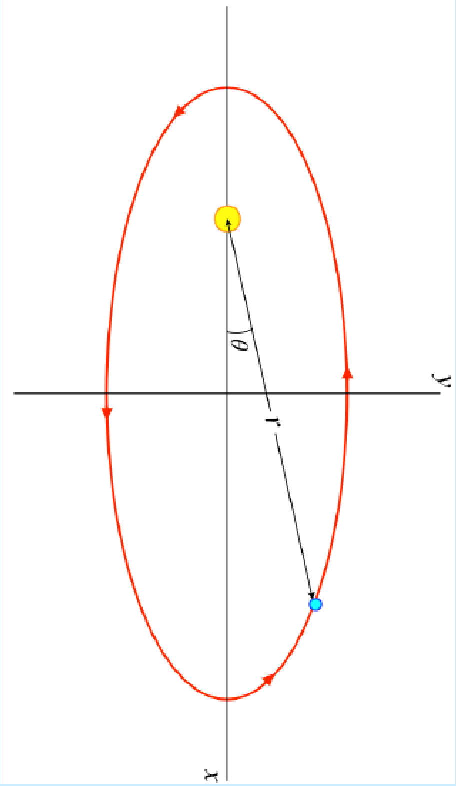
k = 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…





Sommerfeld,
Einstein

k < 1

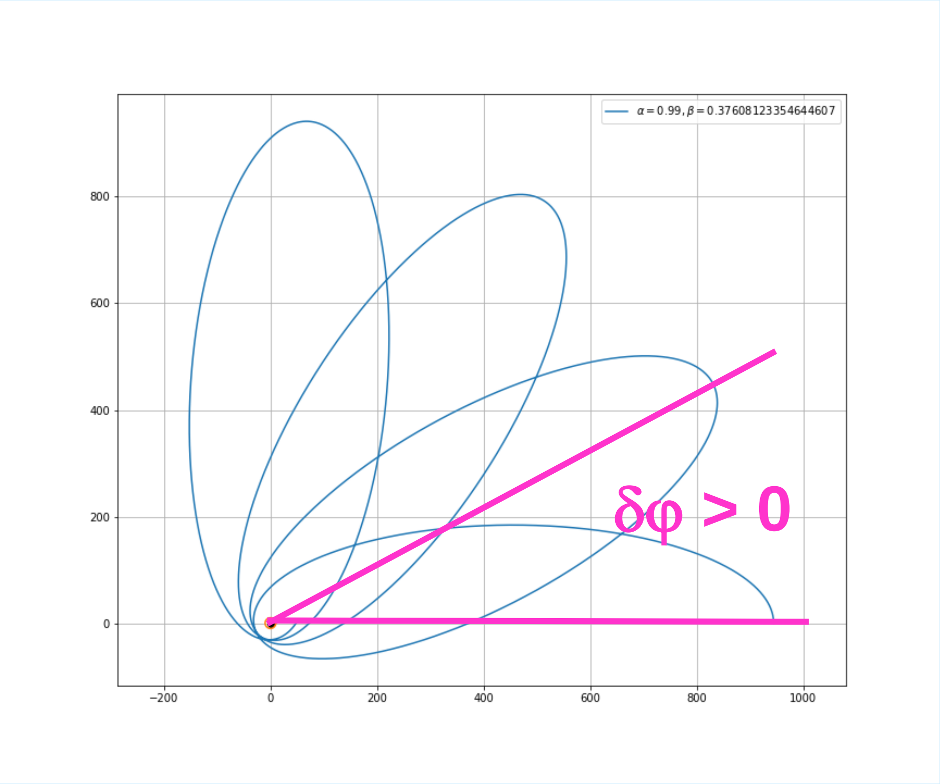
k = 1

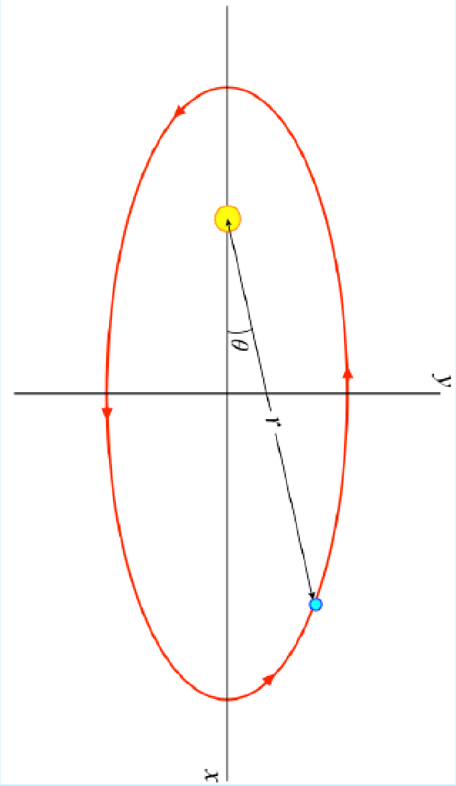
k > 1

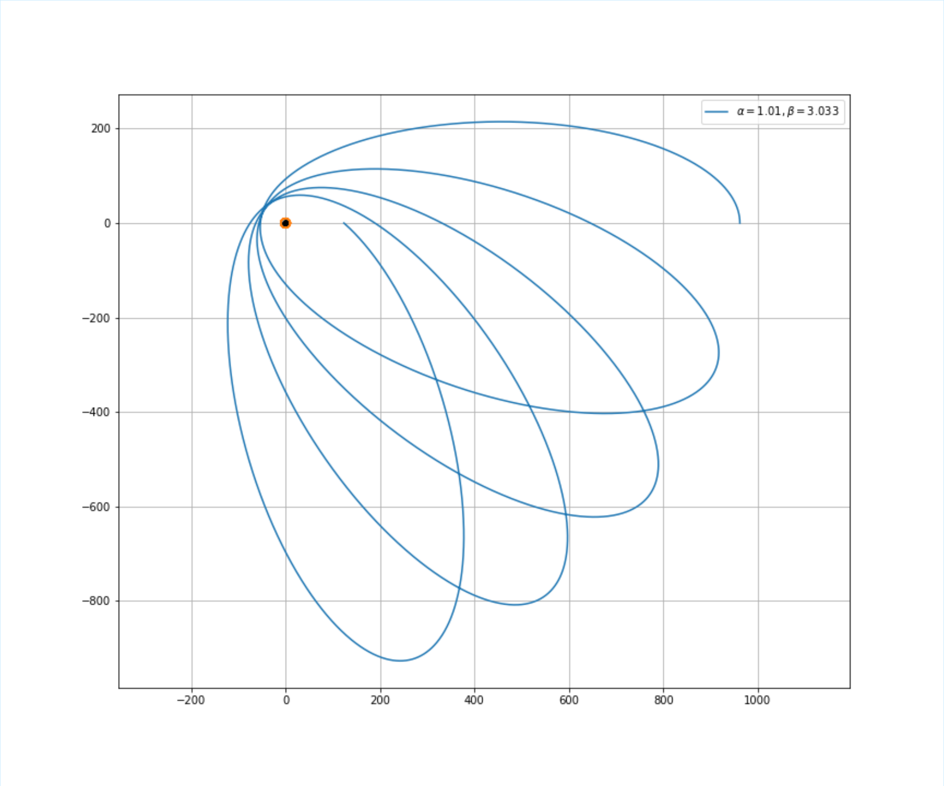
a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

ismerősnek tűnik…







Sommerfeld, Einstein

k < 1

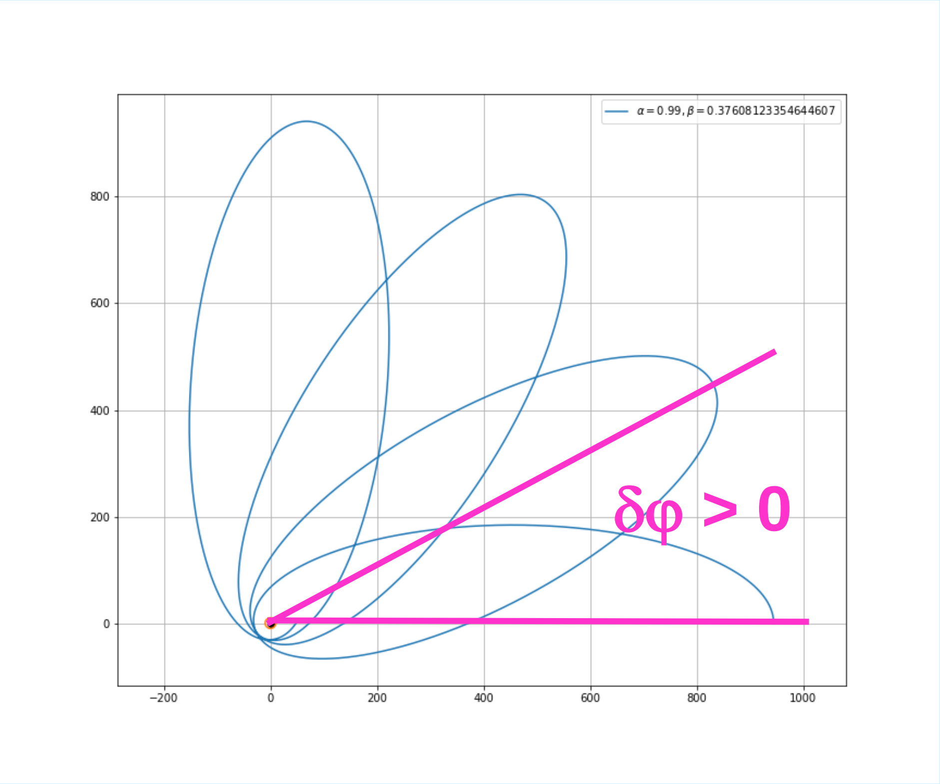
k = 1

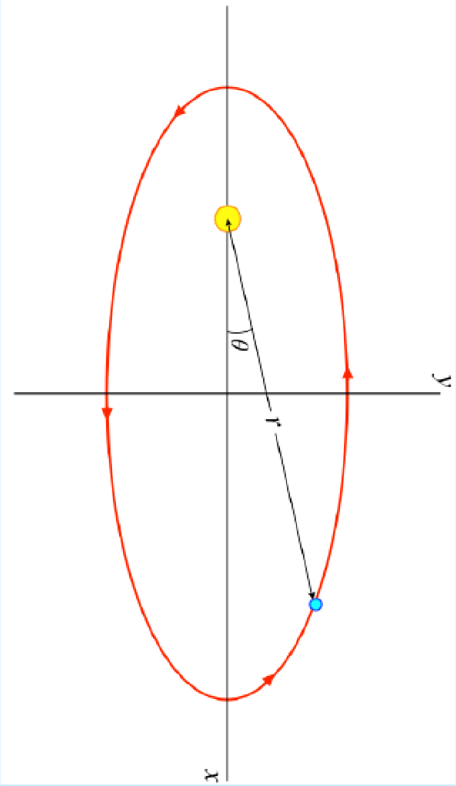
k > 1

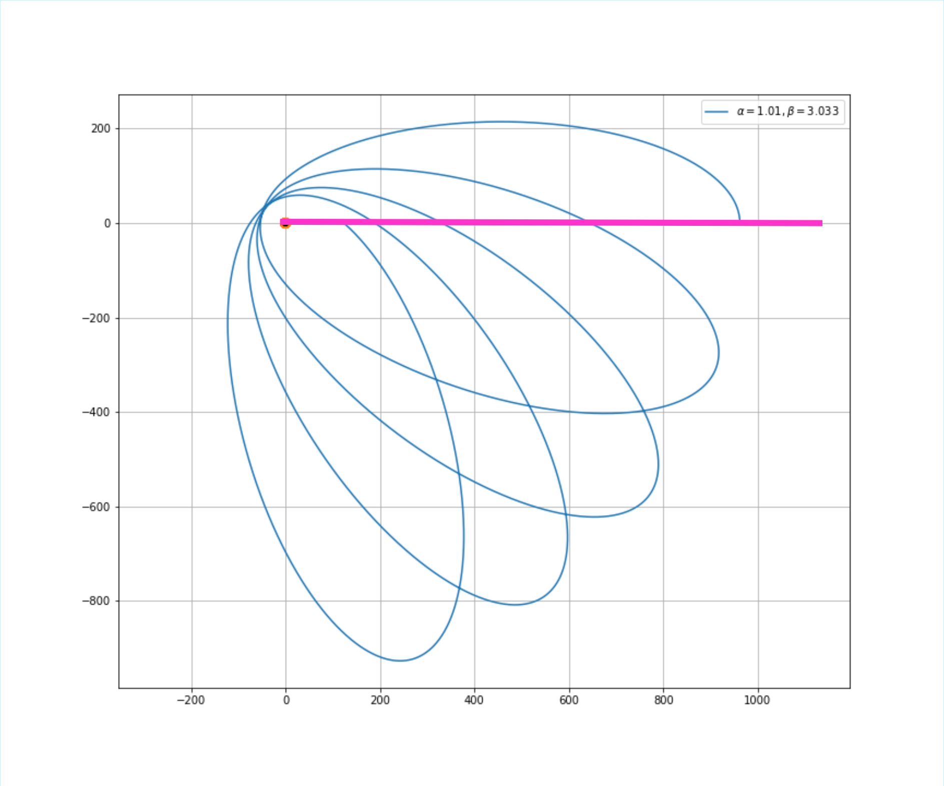
a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…







Sommerfeld,
Einstein

k < 1

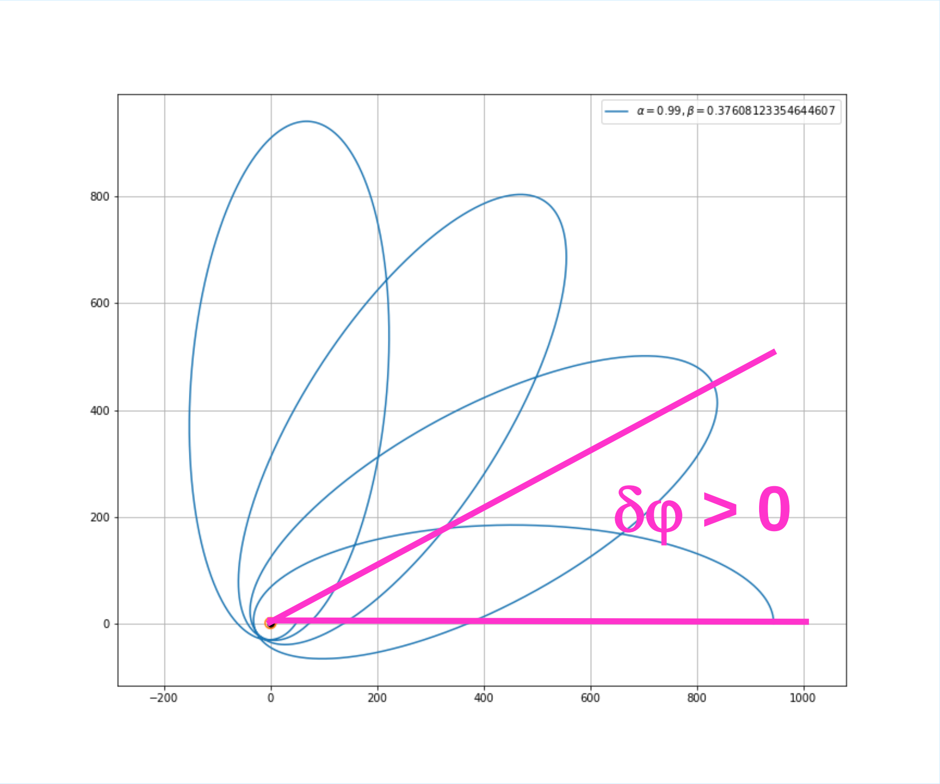
k = 1

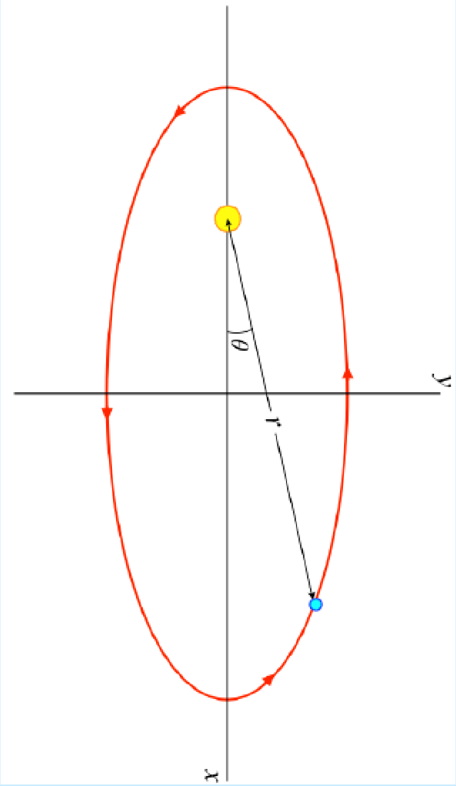
k > 1

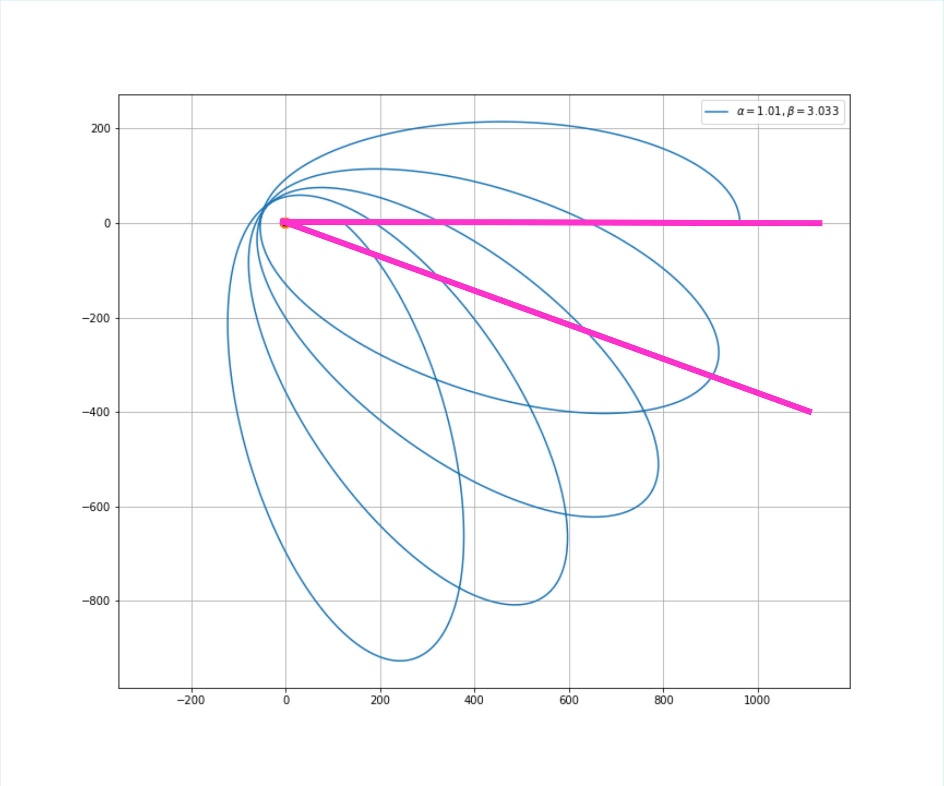
a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…







Sommerfeld,
Einstein

k < 1

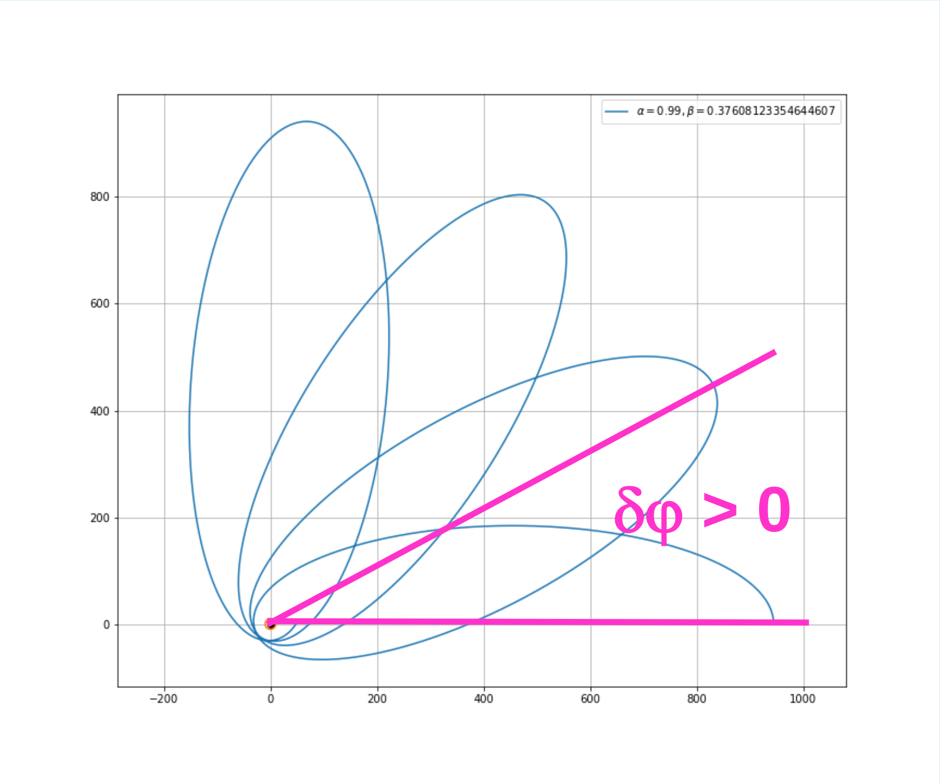
k = 1

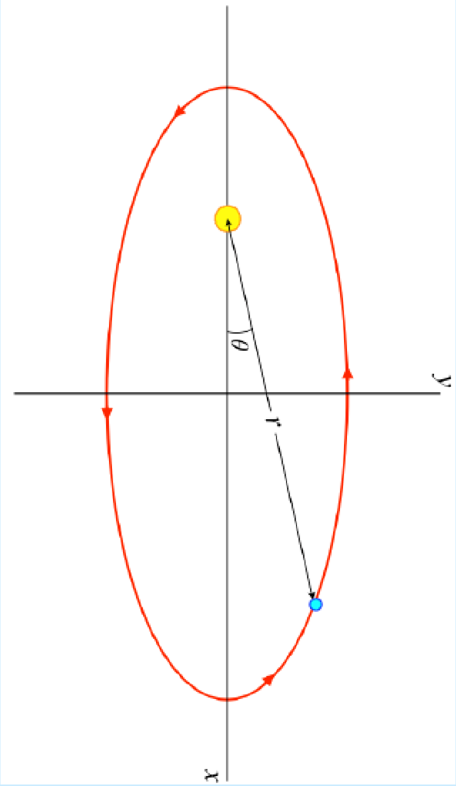
k > 1

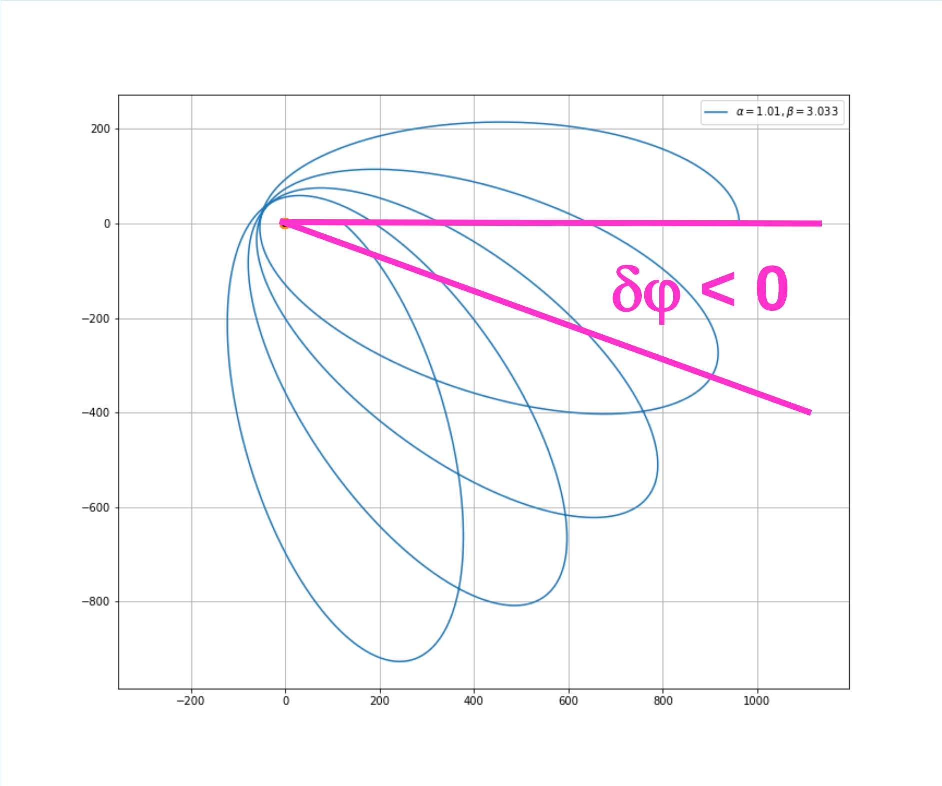
a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

ismerősnek tűnik…







Sommerfeld, Einstein

k < 1

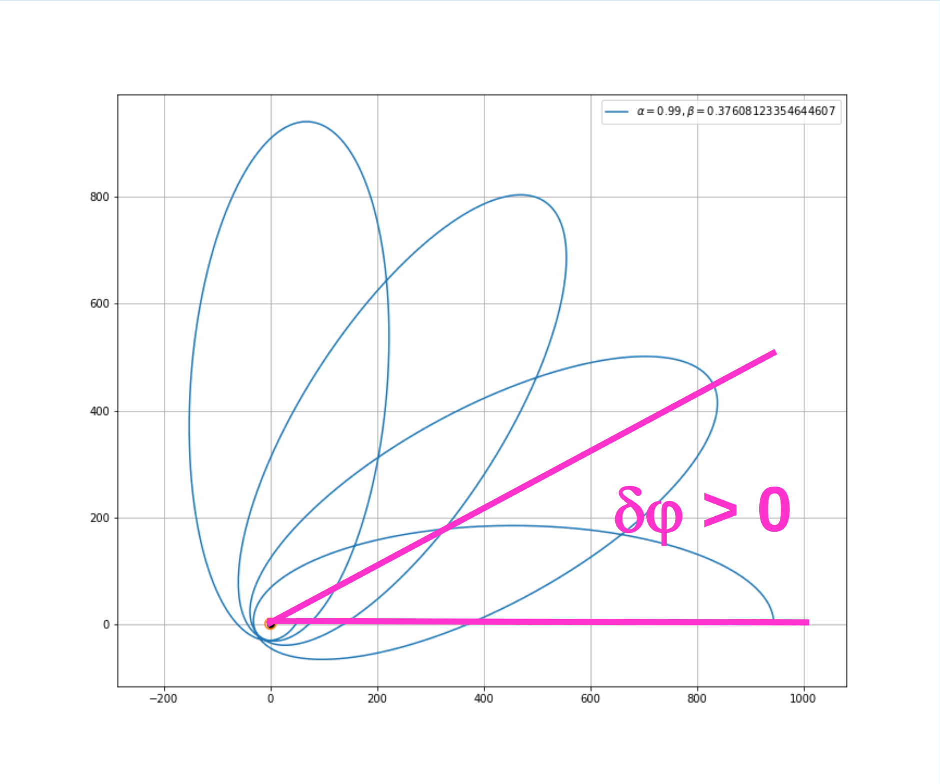
k = 1

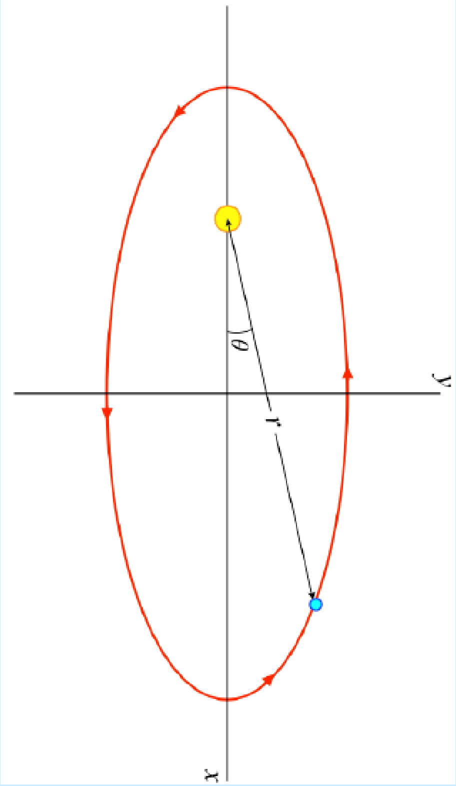
k > 1

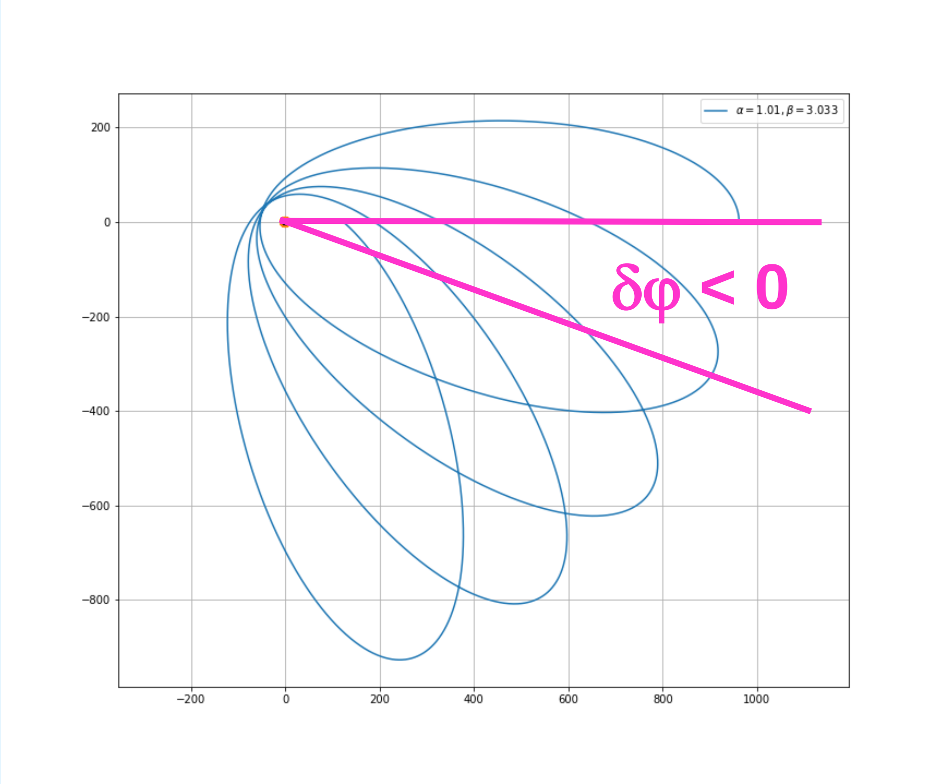
a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon\cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…







Sommerfeld,
Einstein

k < 1

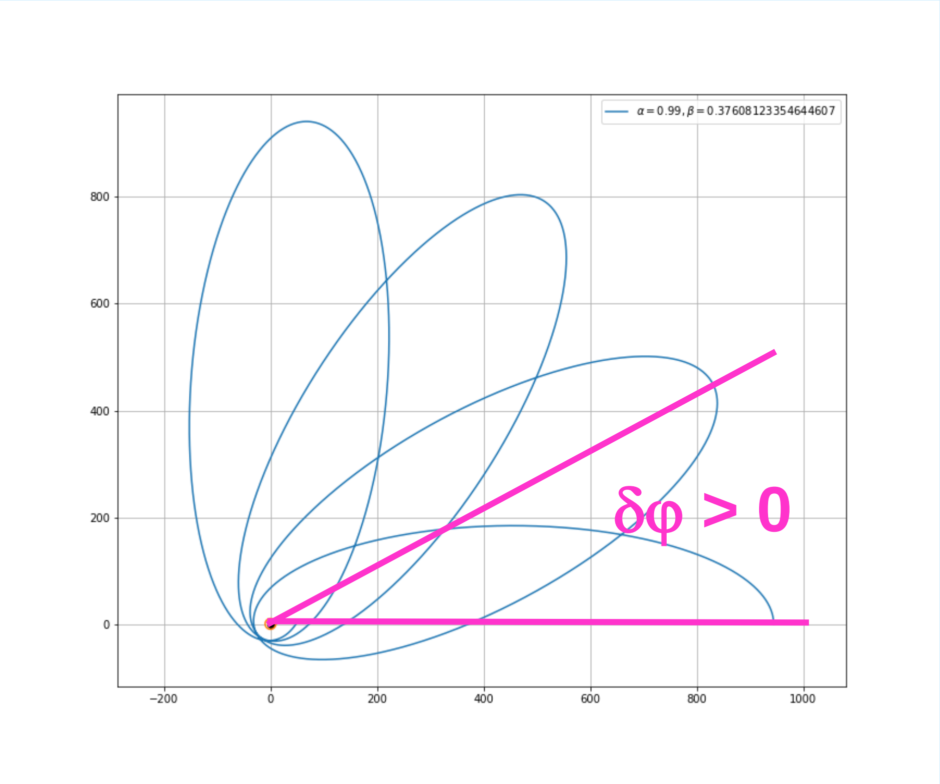
k = 1

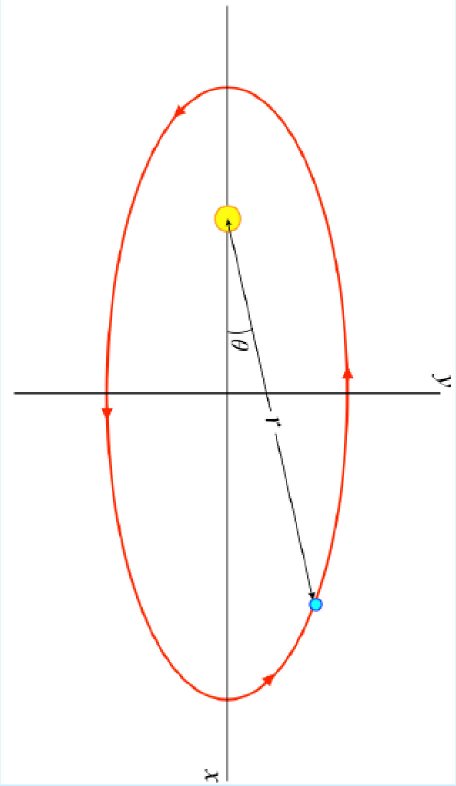
k > 1

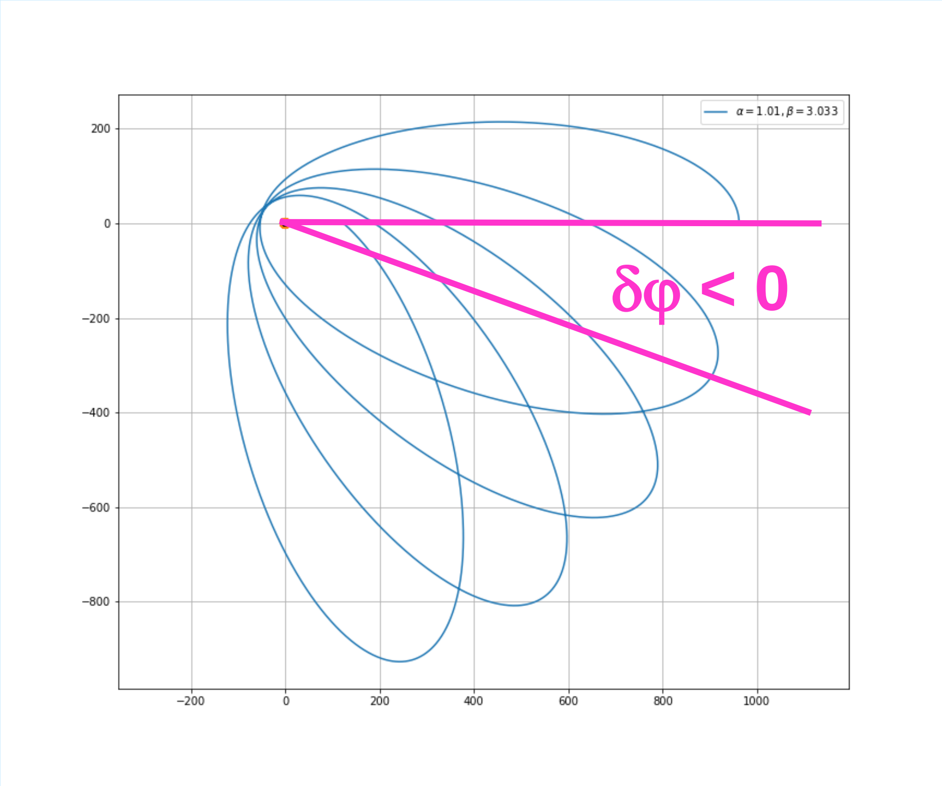
a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ismerősnek tűnik…







Sommerfeld, Einstein

k < 1

k = 1

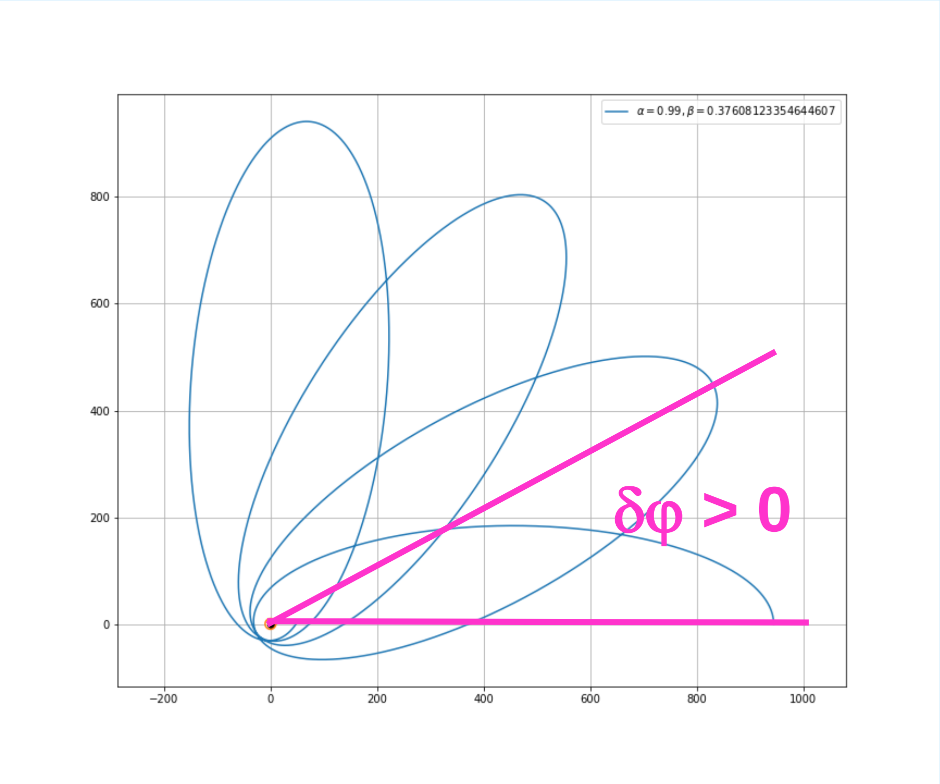
k > 1

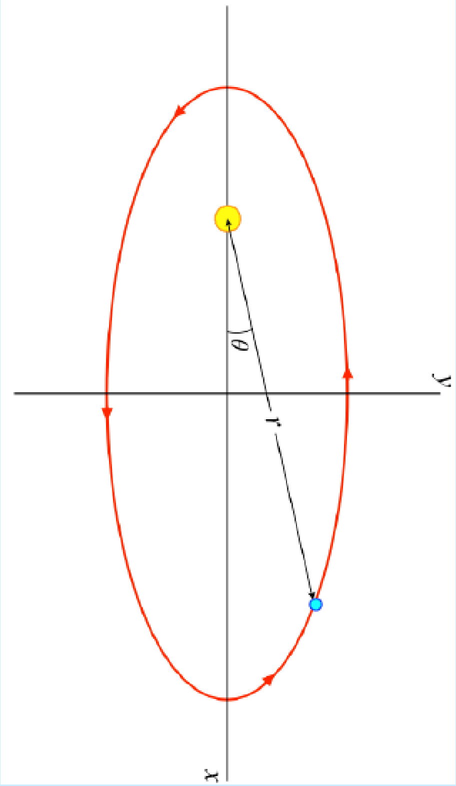
$$k^2 = 1 + \frac{R^2\,(c^2 - v_0^2)}{r_0^4\,\dot{\varphi}^2} > 1$$

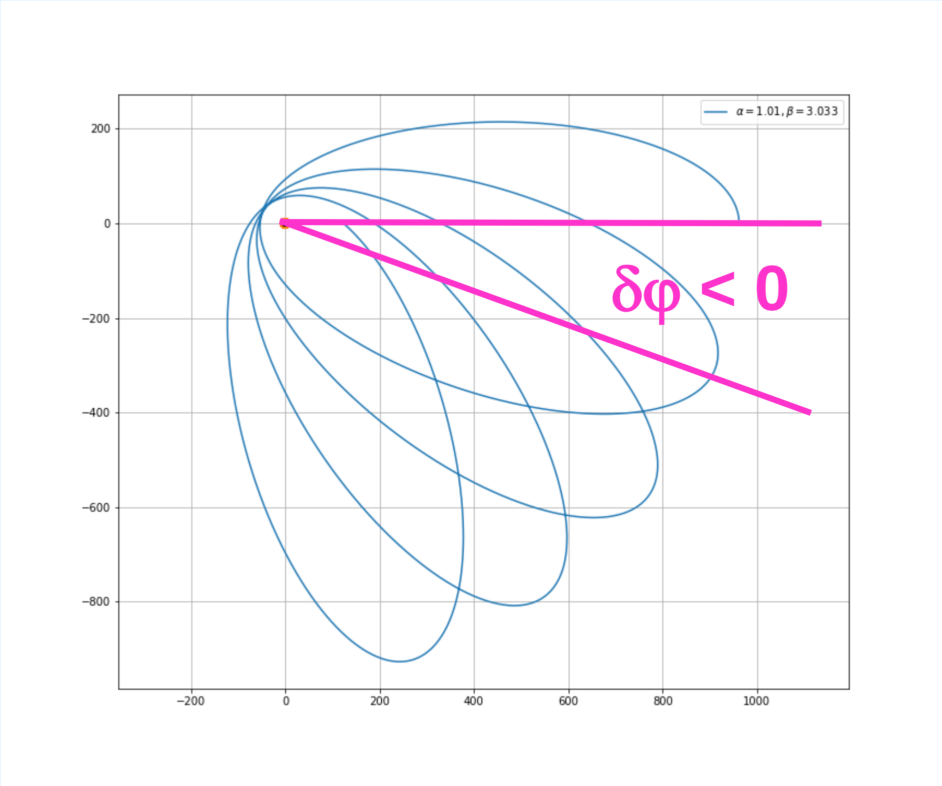
a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ε < 1







Sommerfeld, Einstein

k < 1

k = 1

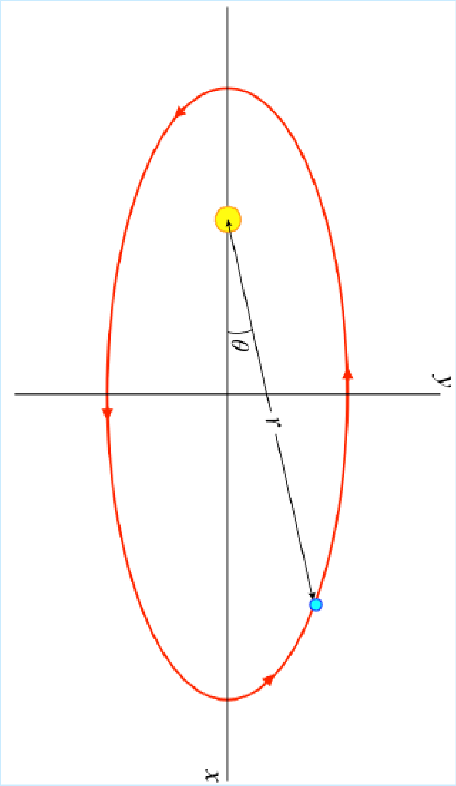
k > 1

$$k^2 = 1 + \frac{R^2\,(c^2 - v_0^2)}{r_0^4\,\dot{\varphi}^2} > 1$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ε < 1

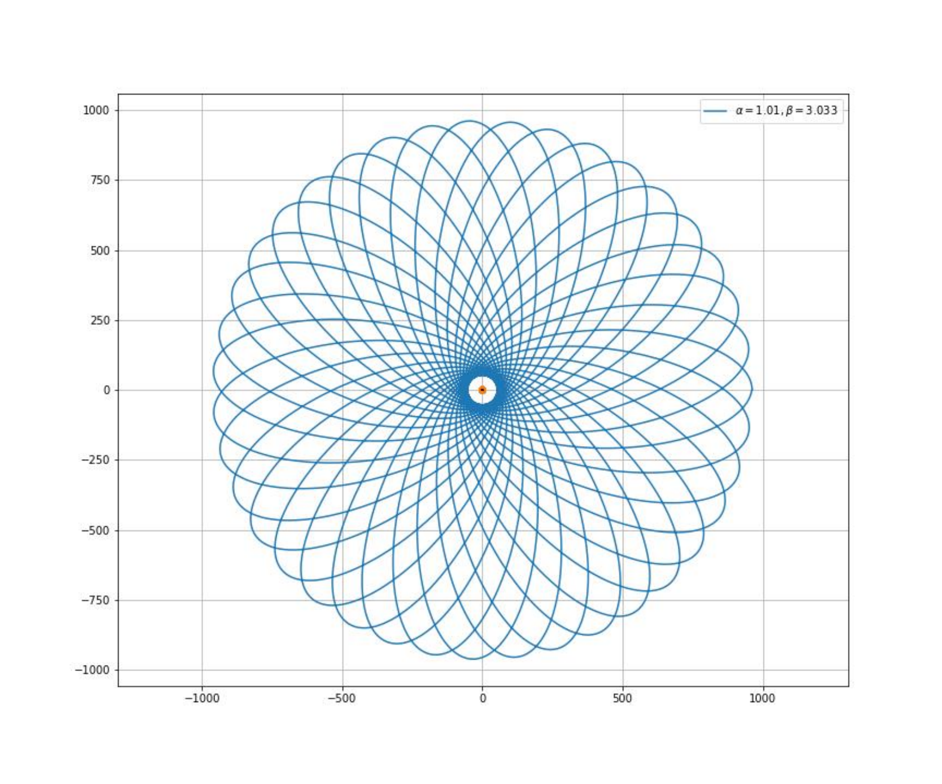


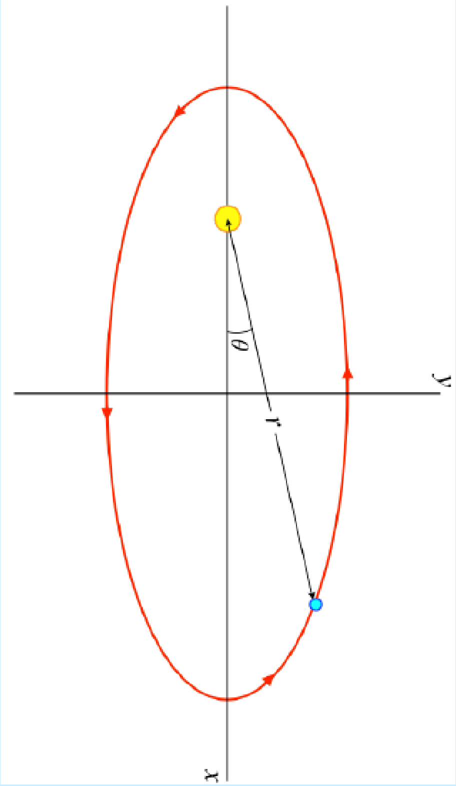
k = 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ε < 1





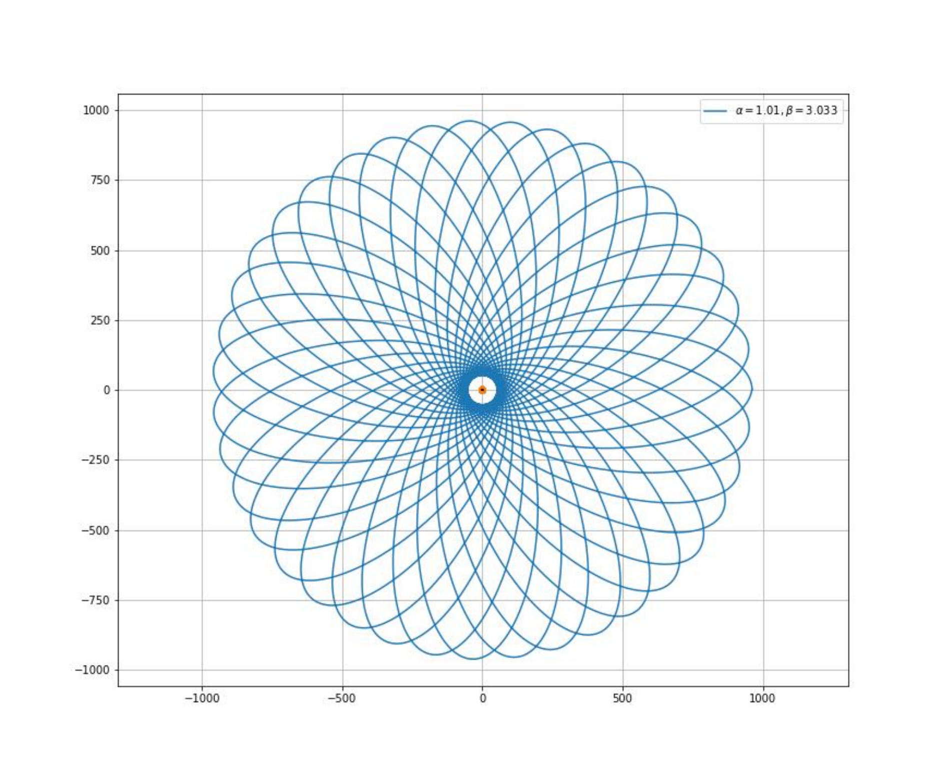
k < 1

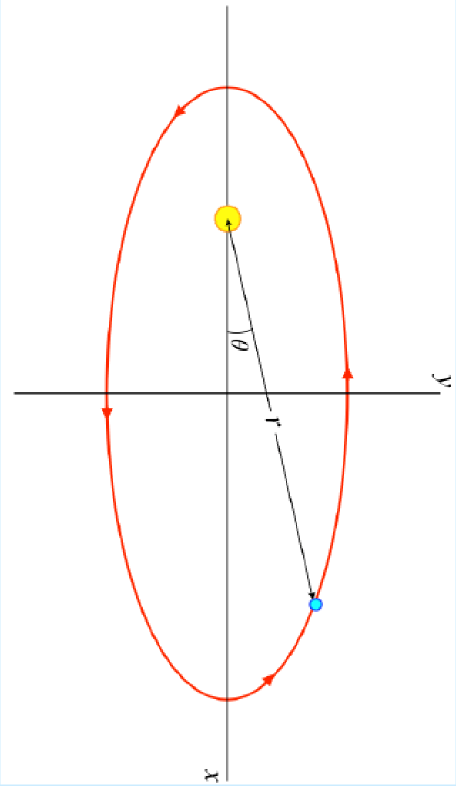
k = 1

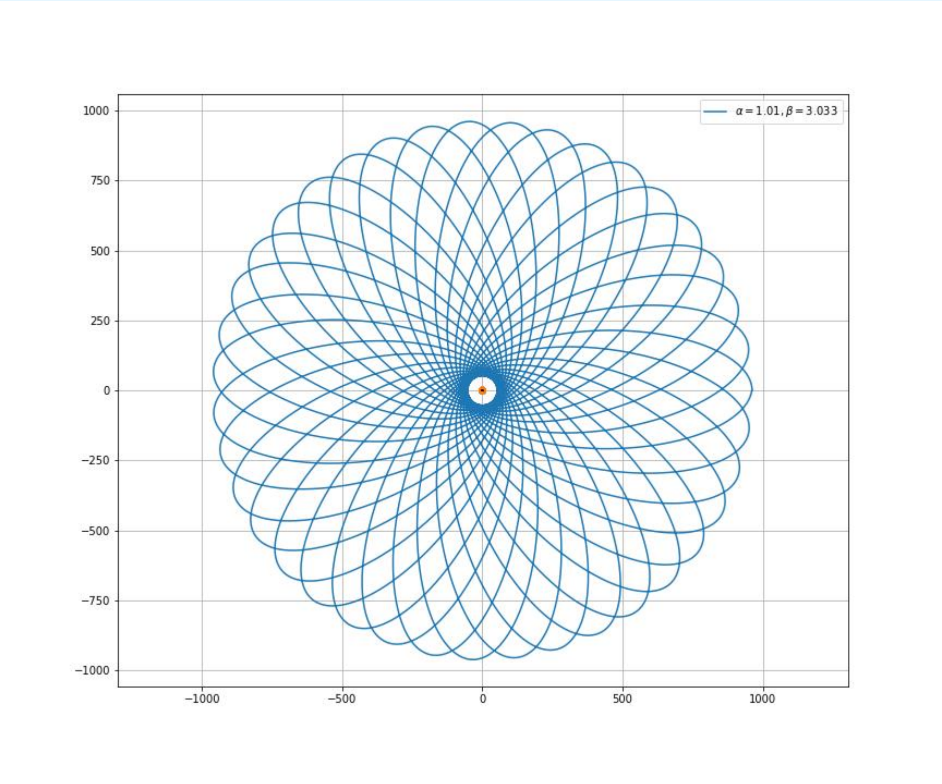
a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ε < 1







k < 1 **k = 1** **k > 1**

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

a pálya egyenlete
polárkoordinátákban:

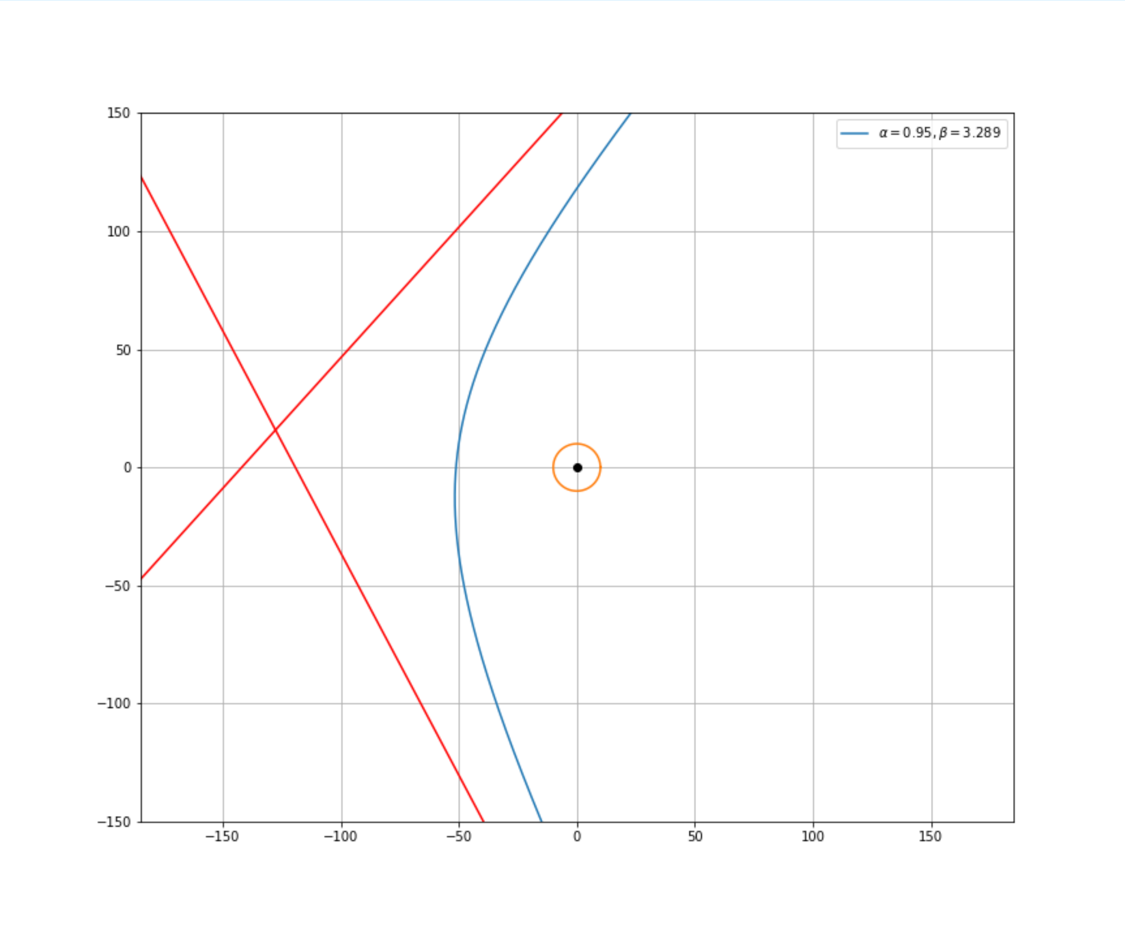
$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

ε > 1

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

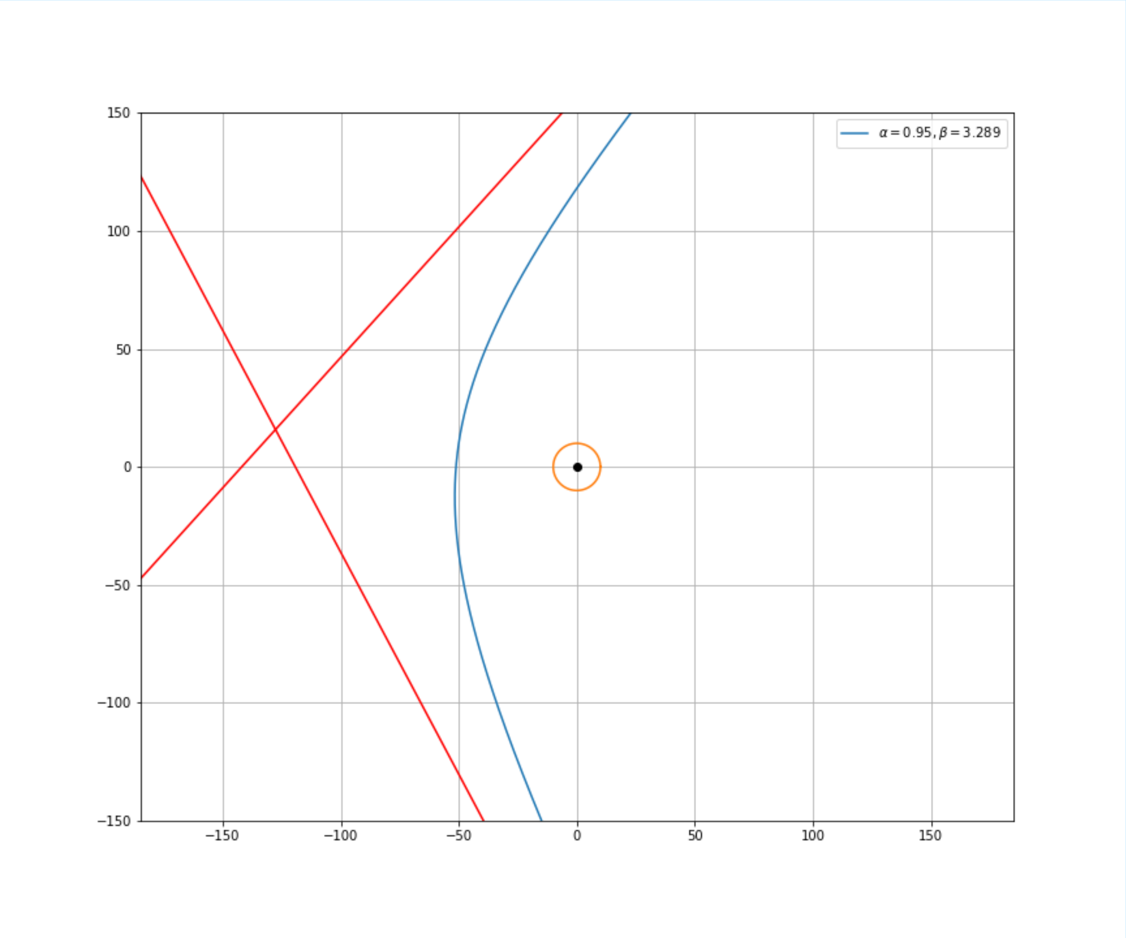
ε > 1



a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon\,\cos(k\,\varphi)}}$$

ε > 1



hiperbola jellegű pályák

a pálya egyenlete
polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

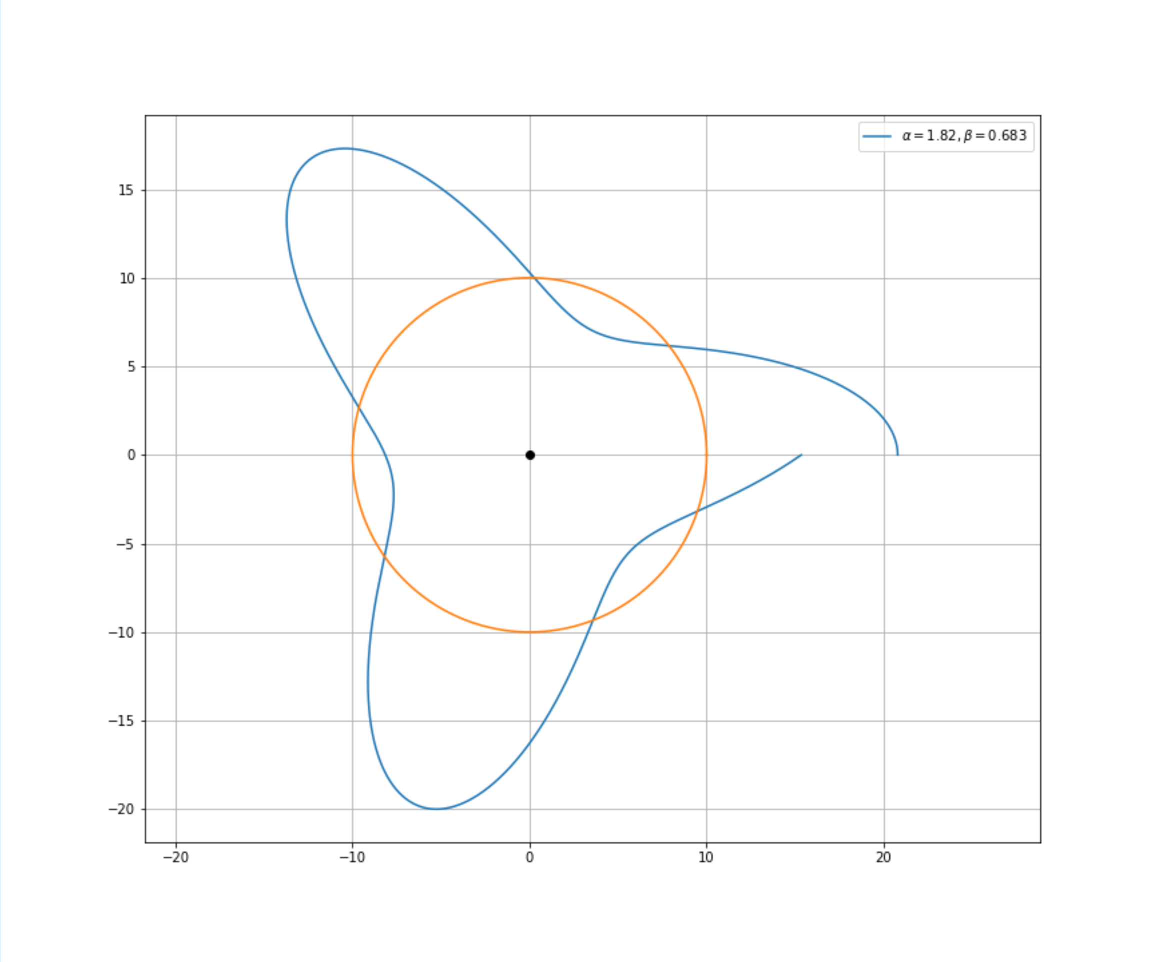
$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

speciális paraméterválasztás

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

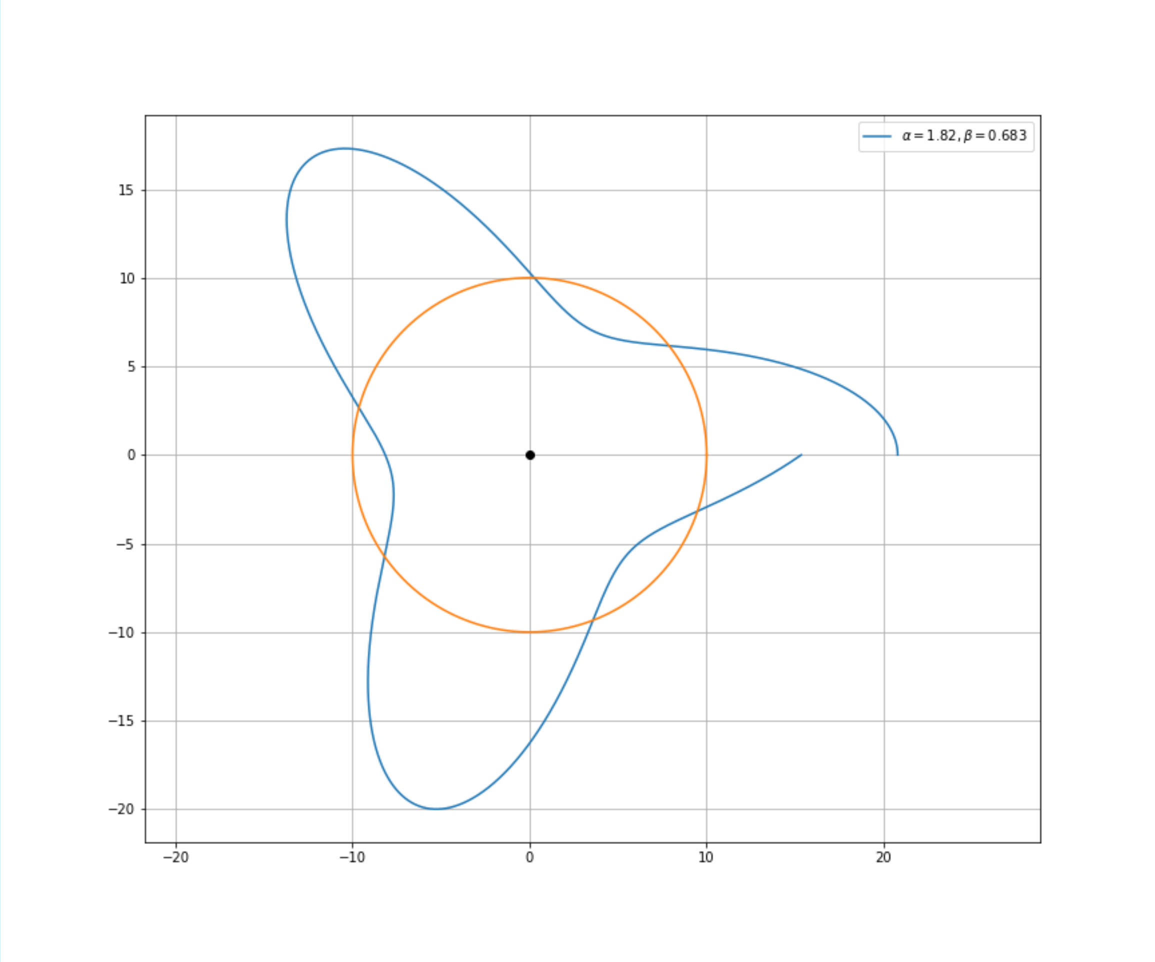
speciális paraméterválasztás



a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

speciális paraméterválasztás

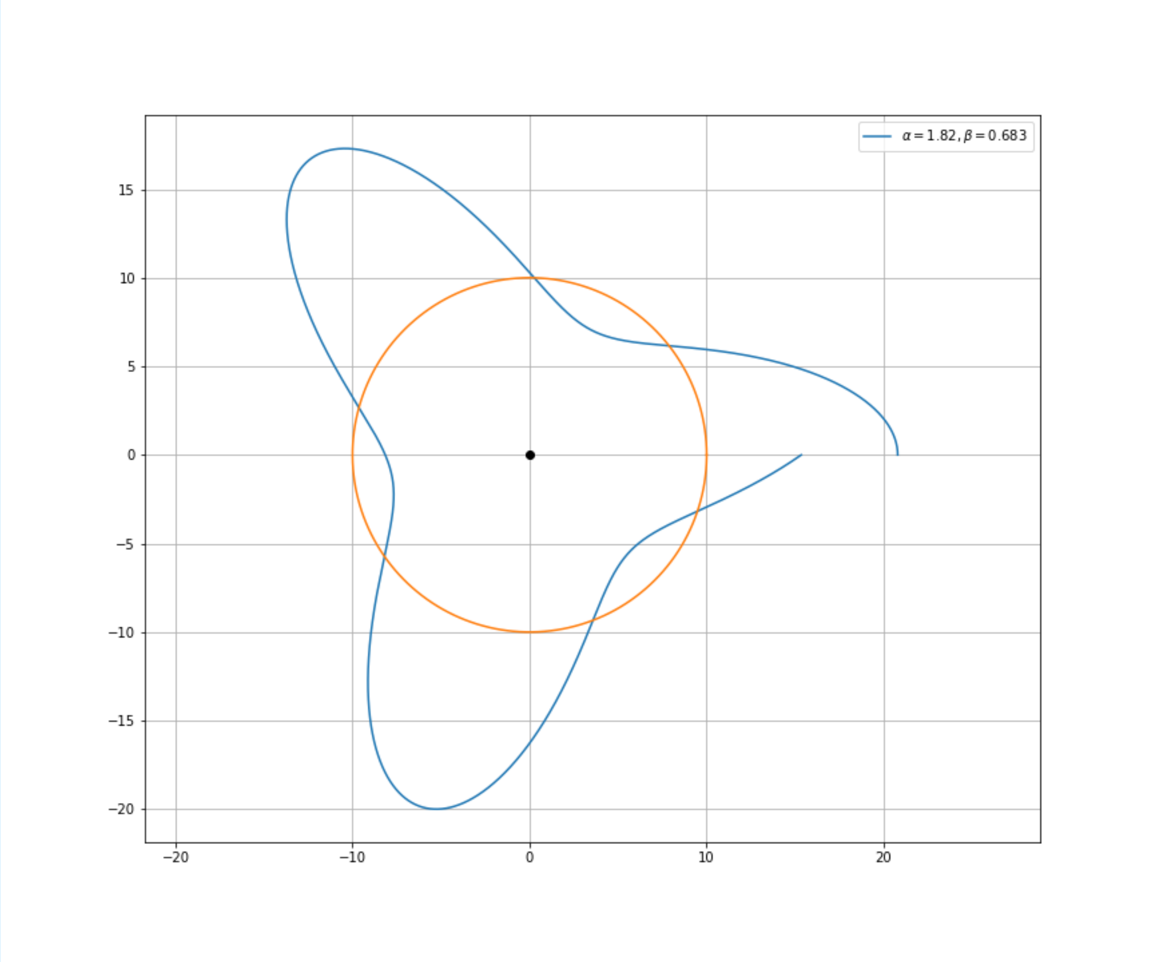


HOPPÁ!!!

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

speciális paraméterválasztás



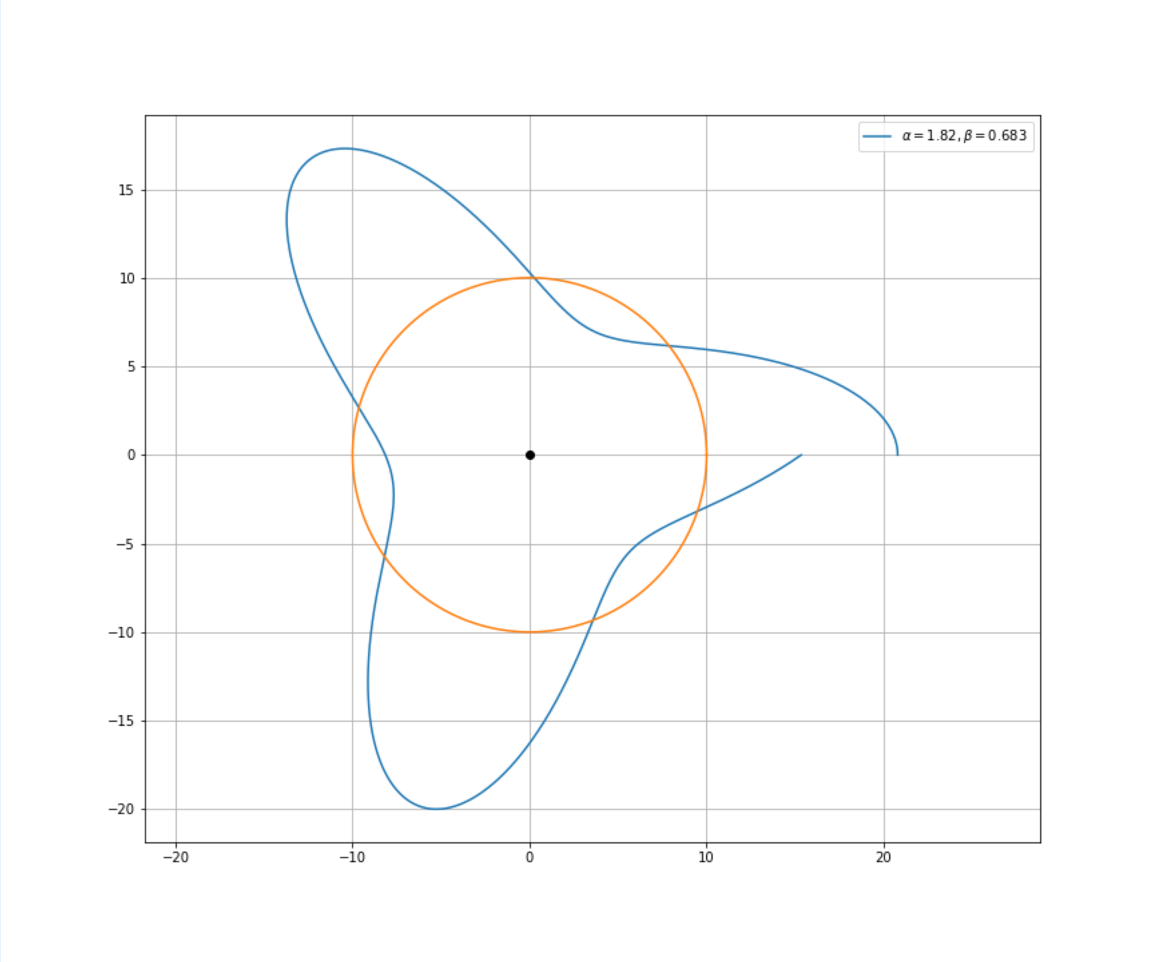
HOPPÁ!!!

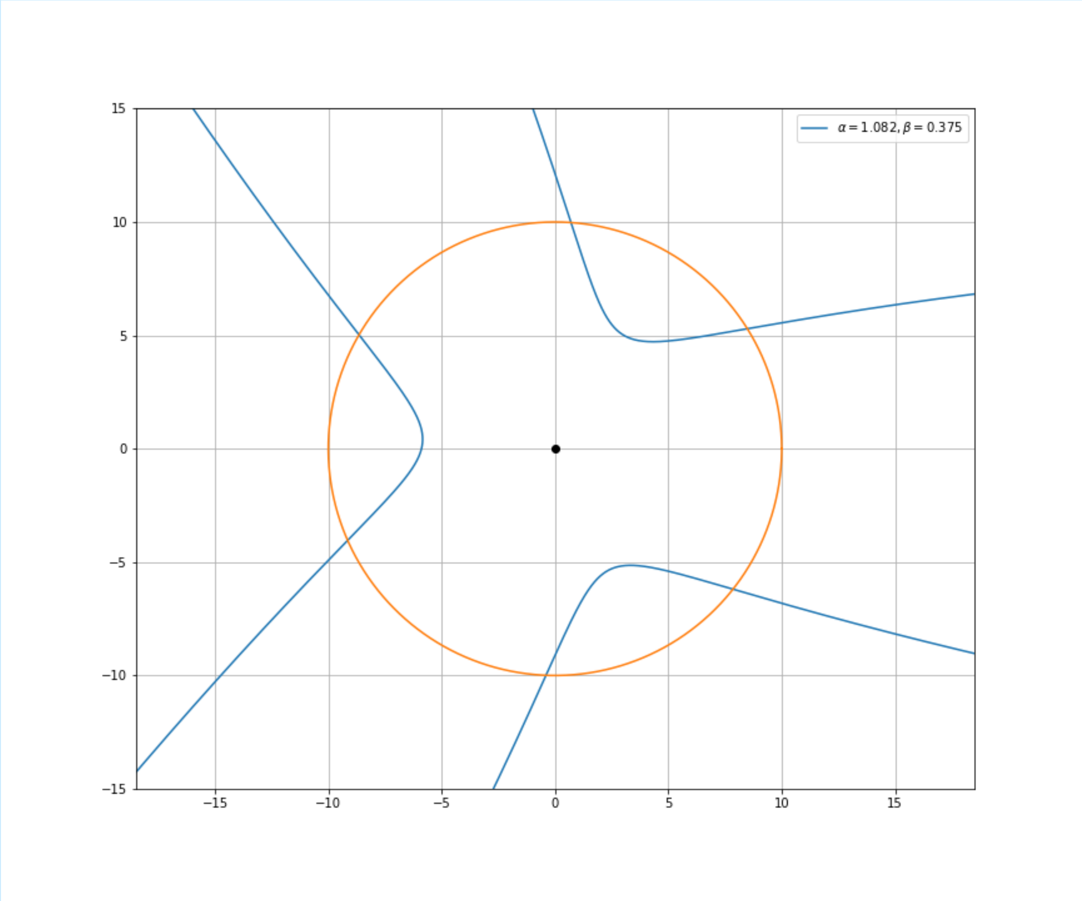
Lehet-e inflexiós pont a „bolygópályákon"?

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

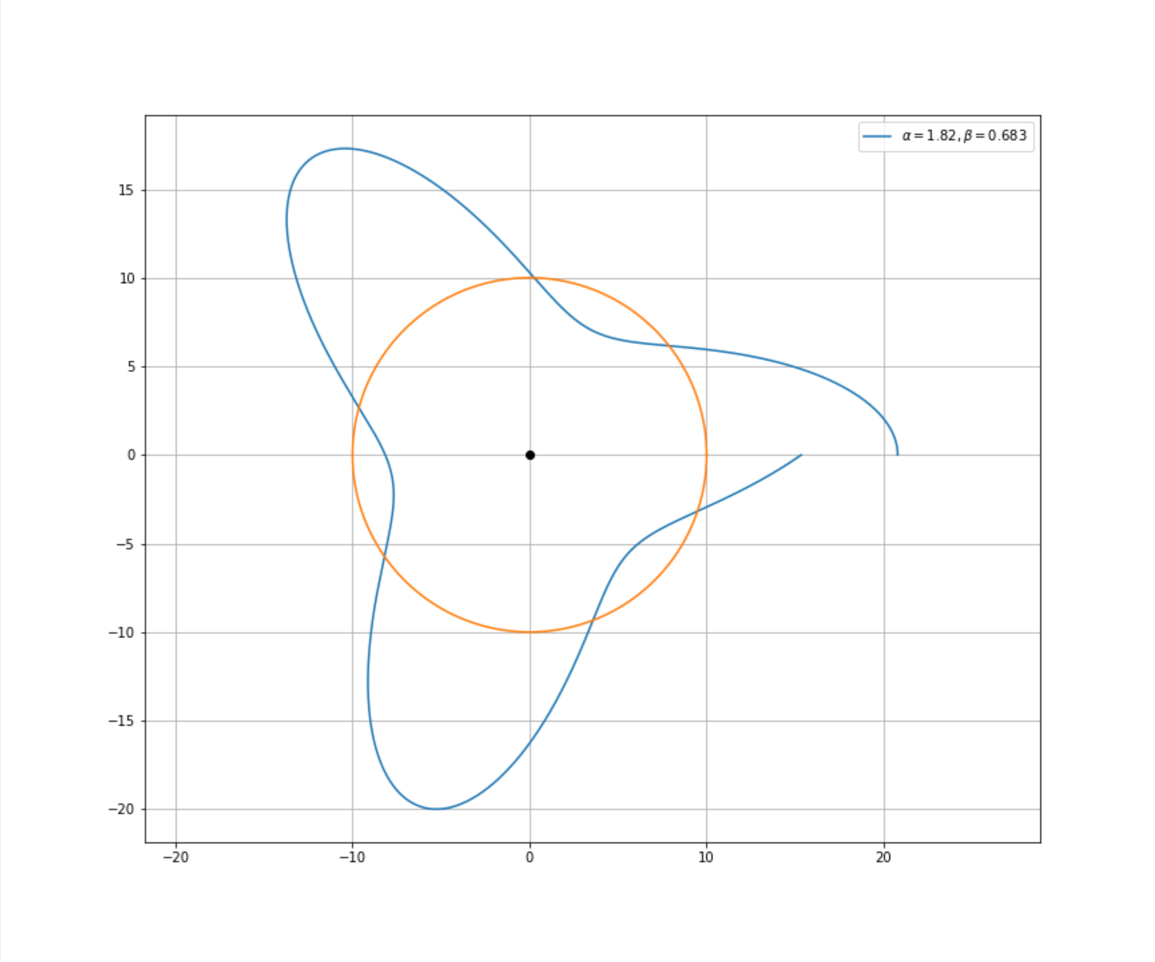
speciális paraméterválasztás





a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

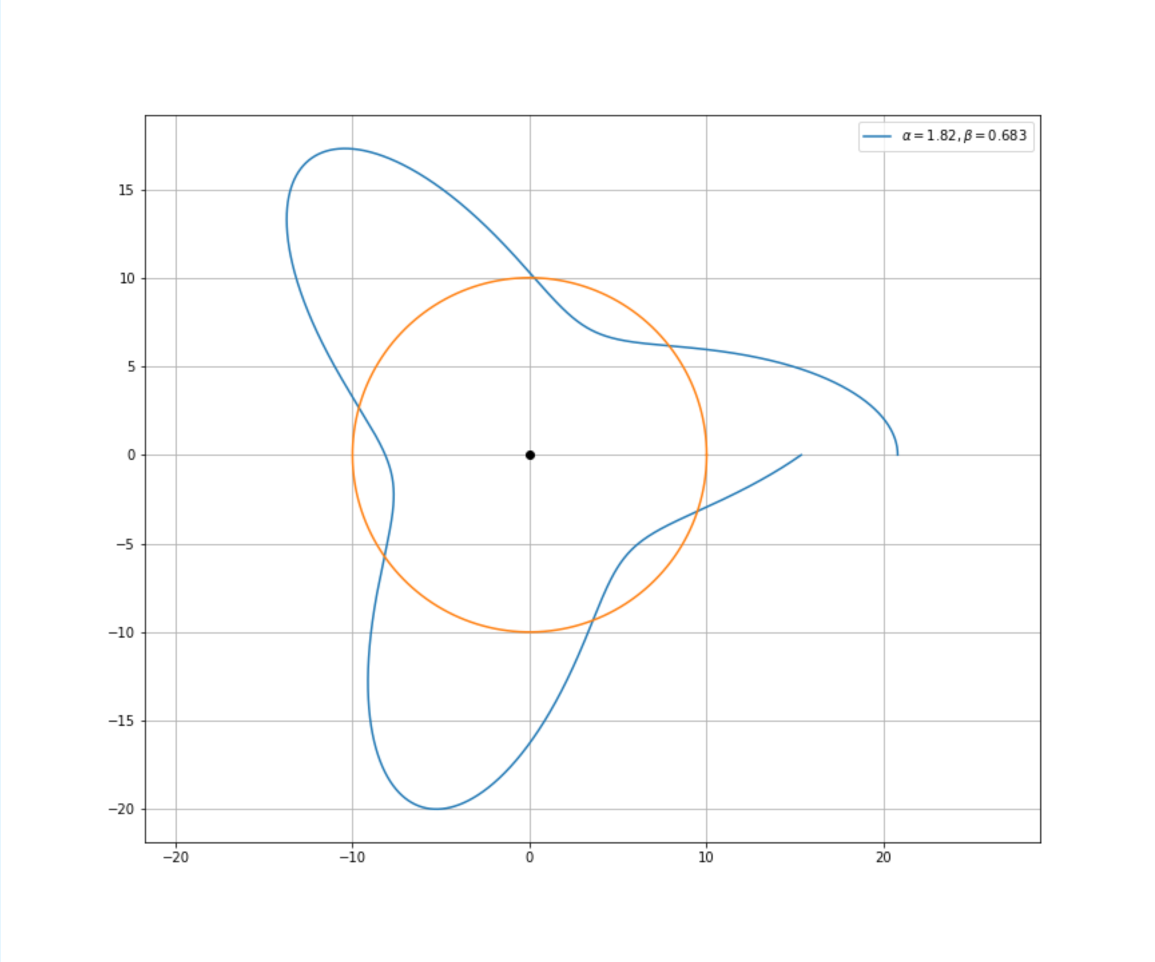
$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$



a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

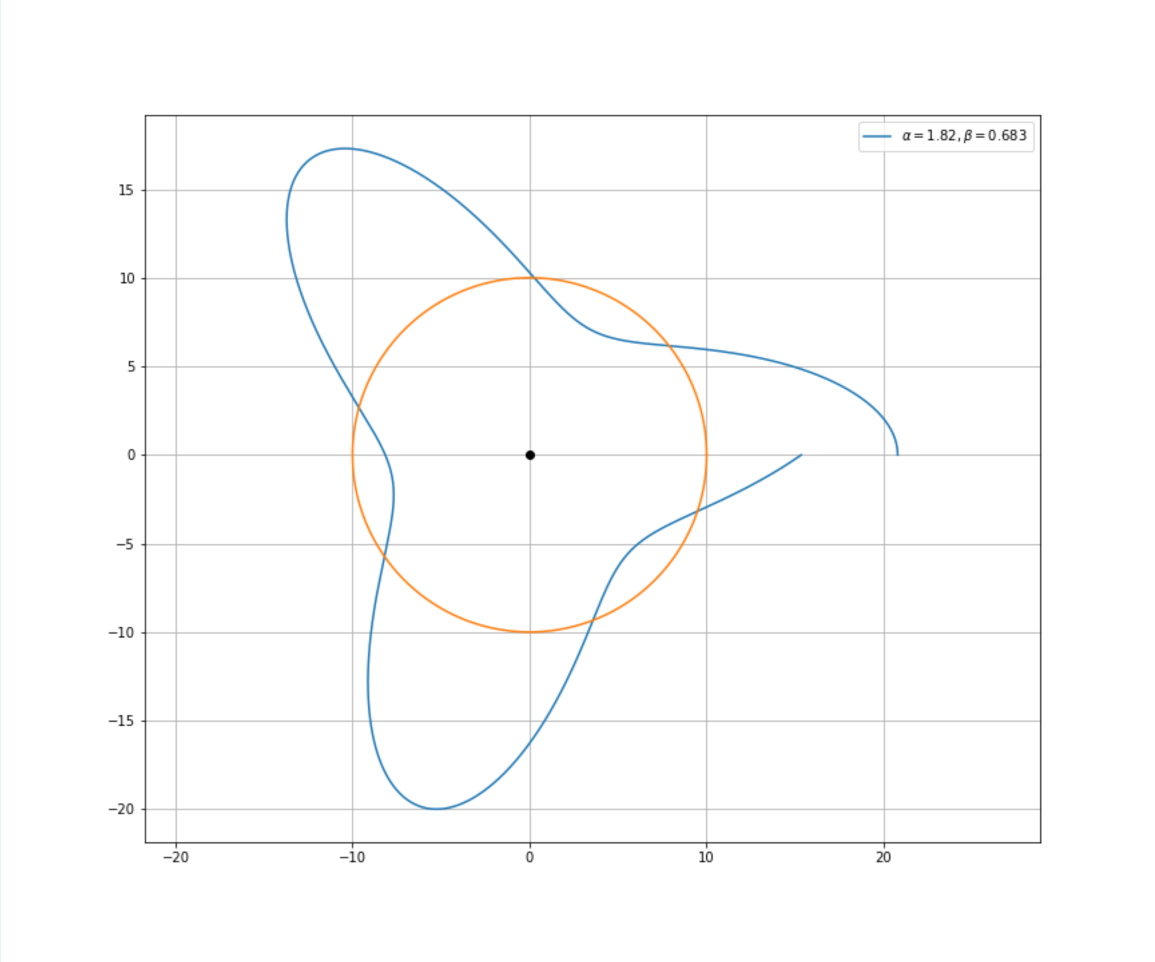
Lehet-e inflexiós pont a „bolygópályákon”?



a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Lehet-e inflexiós pont a „bolygópályákon”?

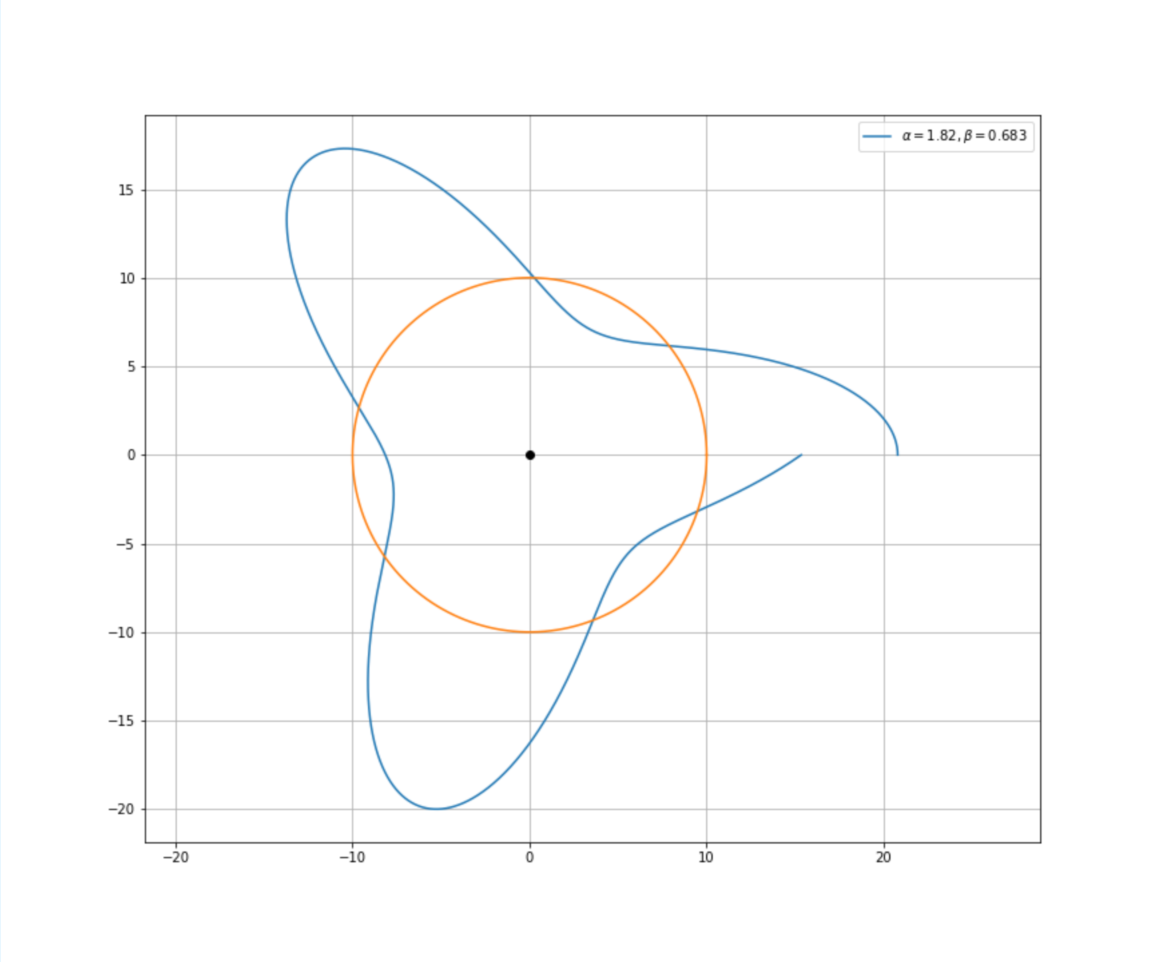


ajaj… ez túlságosan „fizikai” kérdés…

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Lehet-e inflexiós pont a „bolygópályákon”?

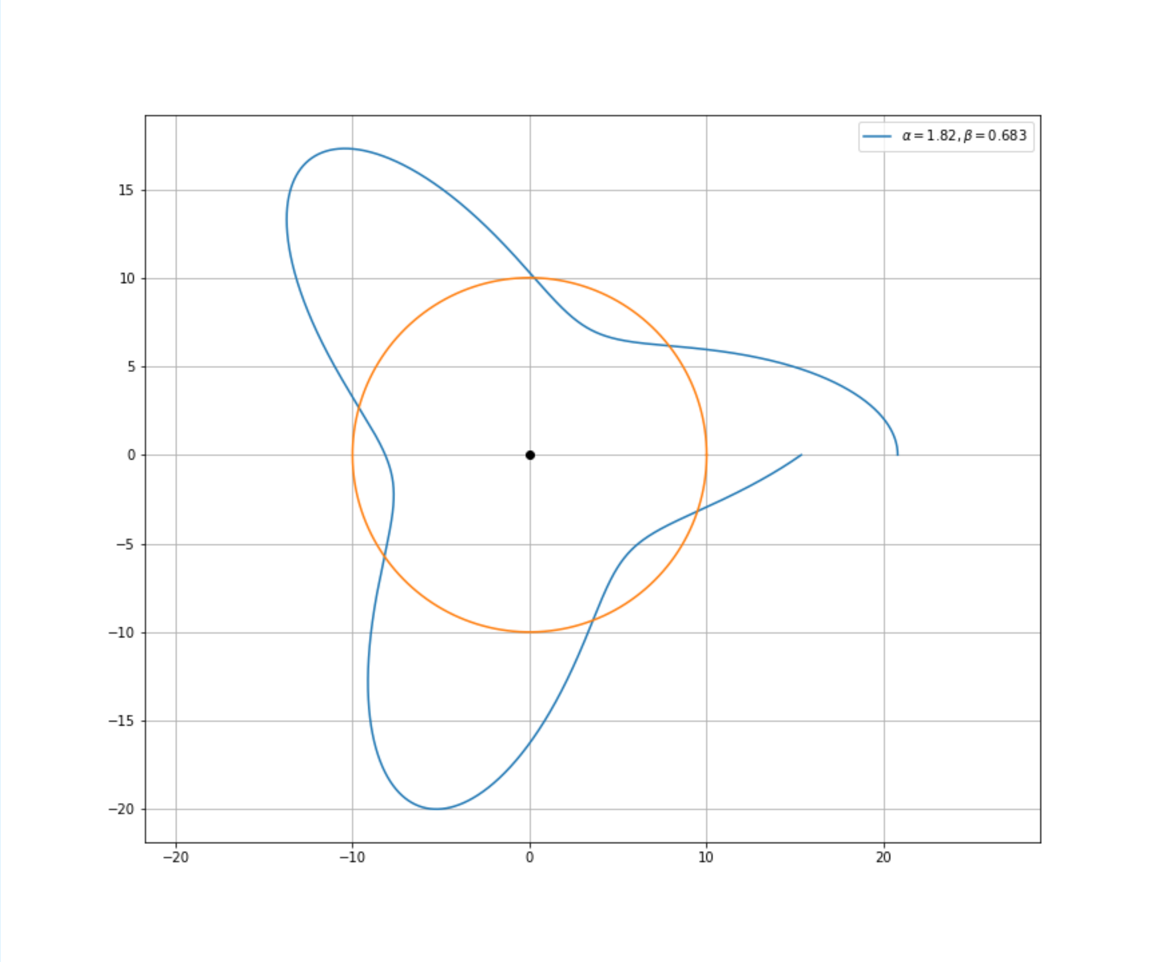


ajaj… ez túlságosan „fizikai” kérdés…

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

Lehet-e inflexiós pont
~~a „bolygópályákon"?~~

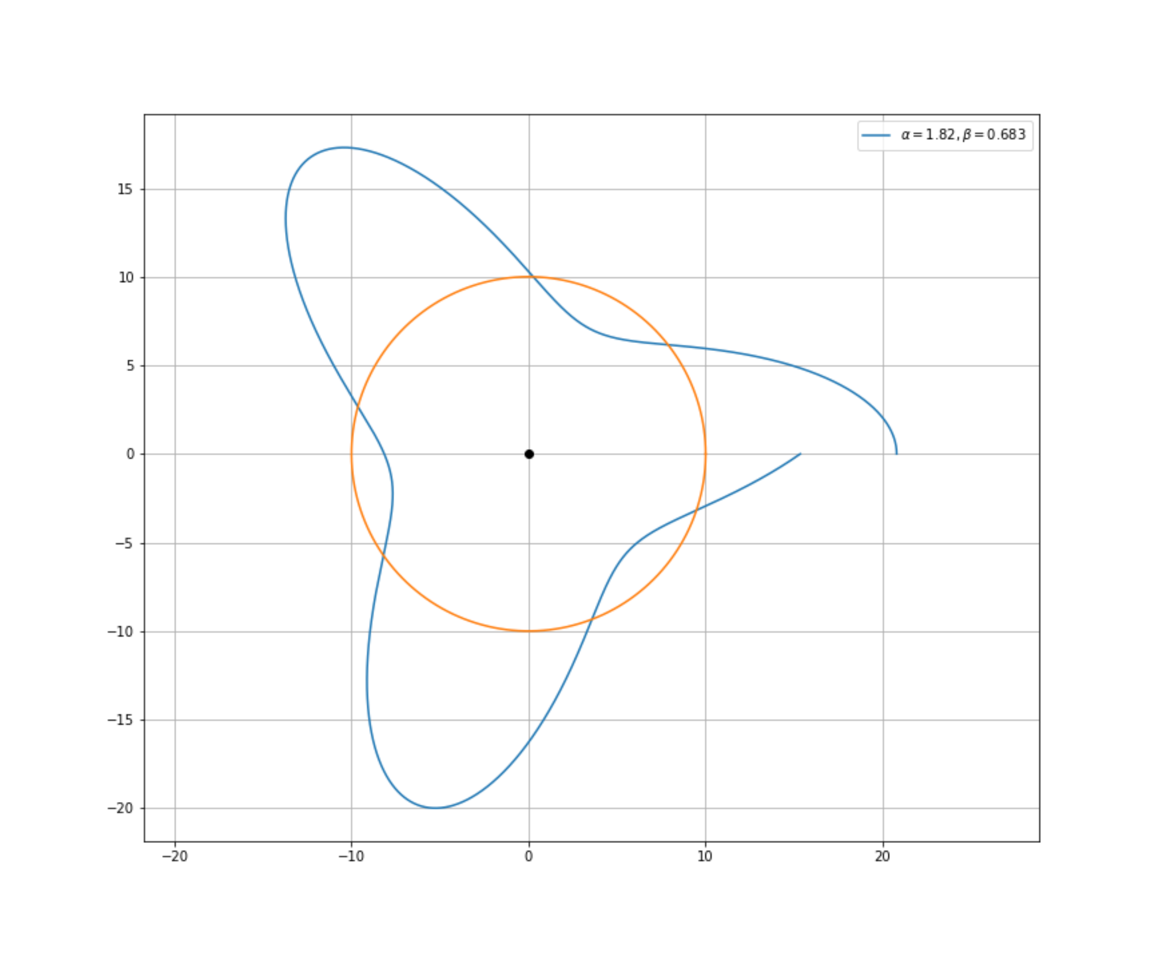


a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

~~Lehet-e inflexiós pont a „bolygópályákon”?~~

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?

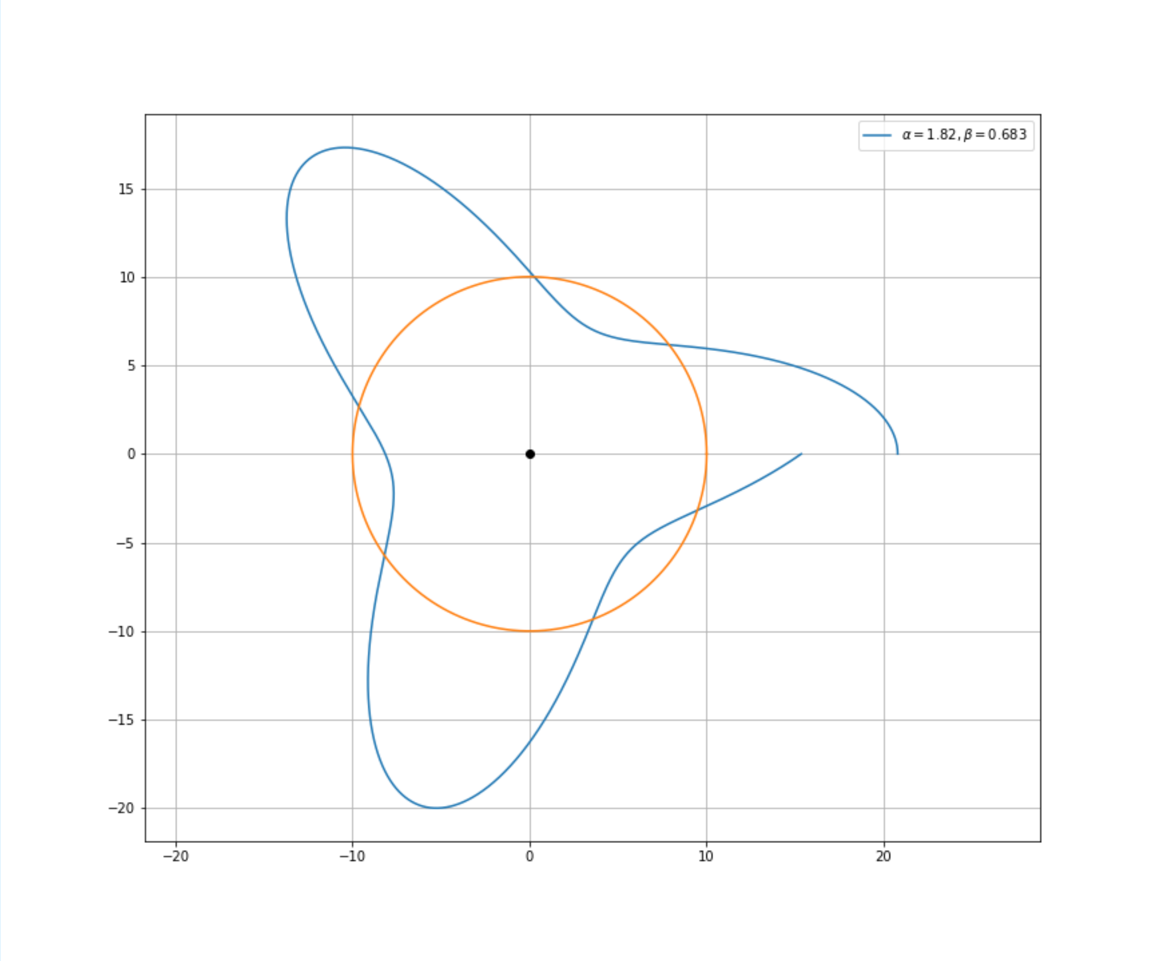


a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

Lehet-e inflexiós pont ~~a „bolygópályákon”?~~

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?



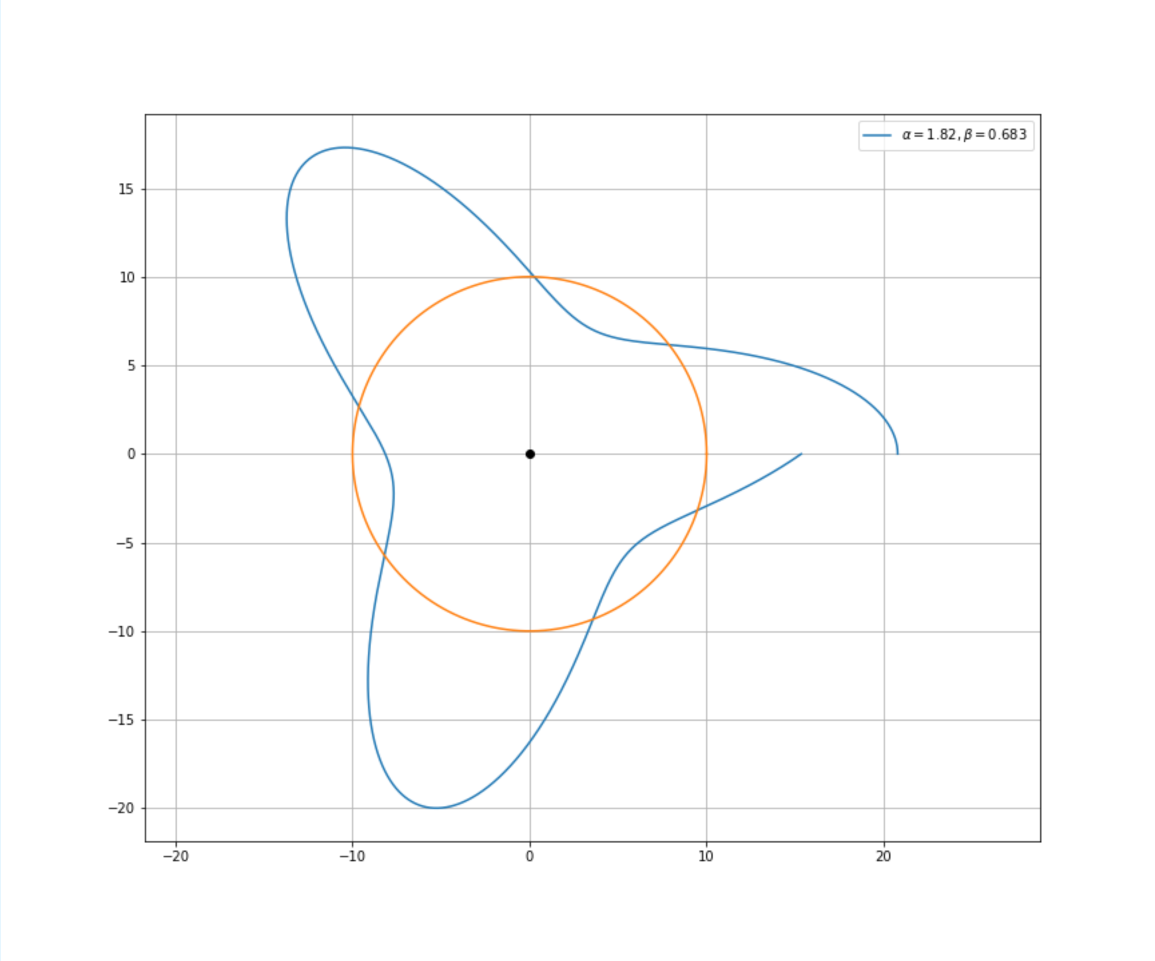
Ez a mozgástól független görbeelméleti kérdés!

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Lehet-e inflexiós pont ~~a „bolygópályákon”?~~

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?



Ez a mozgástól független görbeelméleti kérdés!

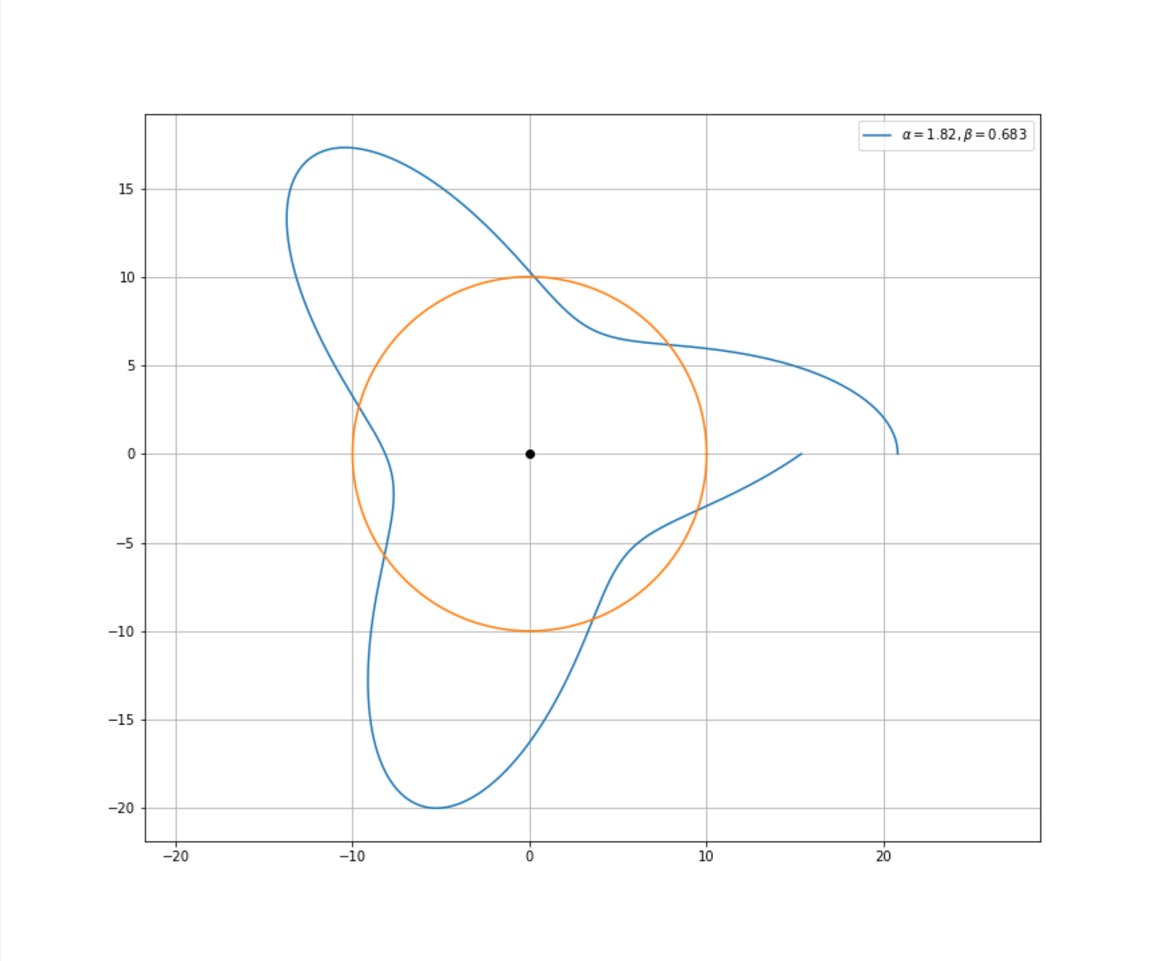
az inflexiós pont feltétele:

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

Lehet-e inflexiós pont ~~a „bolygópályákon”?~~

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?



Ez a mozgástól független görbeelméleti kérdés!

az inflexiós pont feltétele:

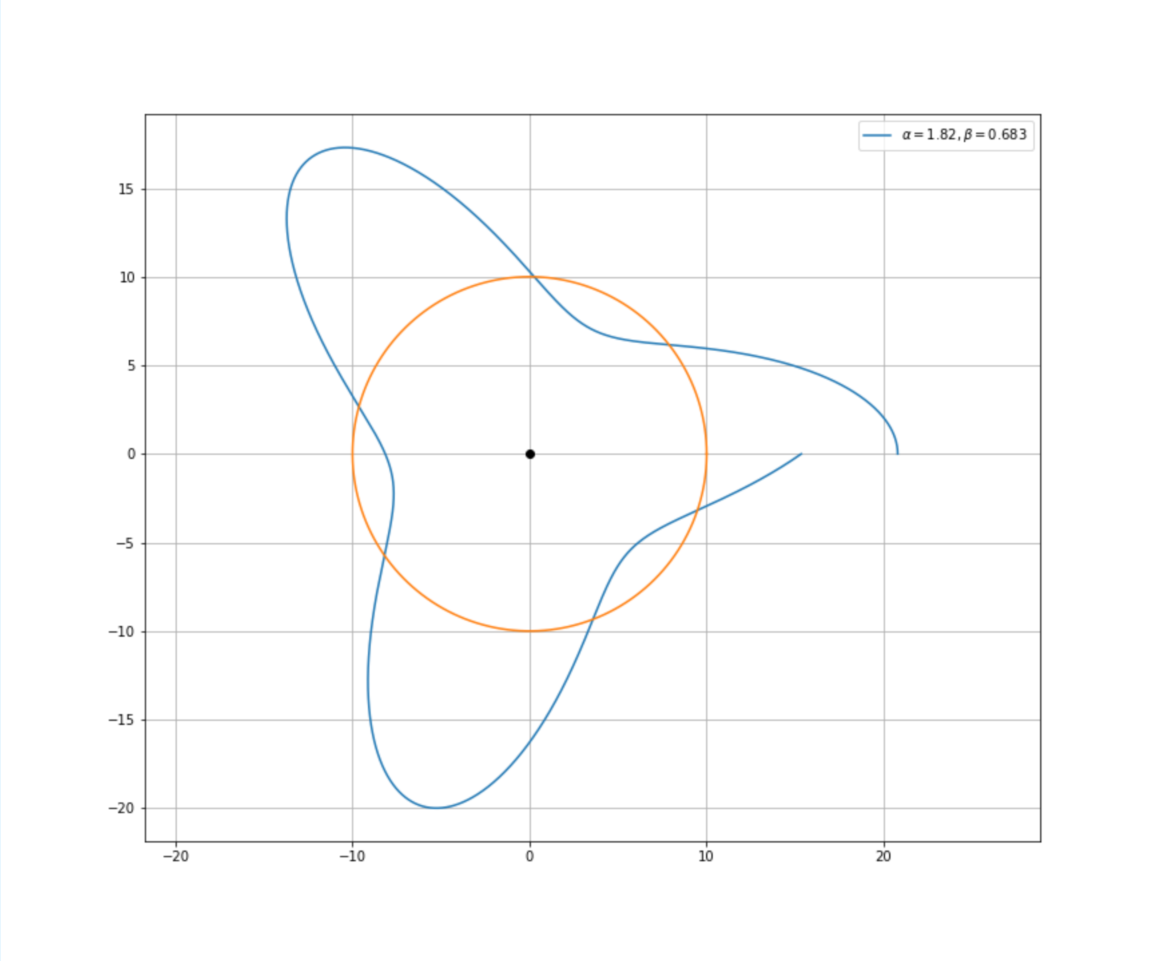
$$\left[\frac{d^2}{d\varphi^2}\left(\frac{1}{r(\varphi)}\right) + \left(\frac{1}{r(\varphi)}\right)\right]_{\varphi_0} = 0$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Lehet-e inflexiós pont ~~a „bolygópályákon”?~~

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?



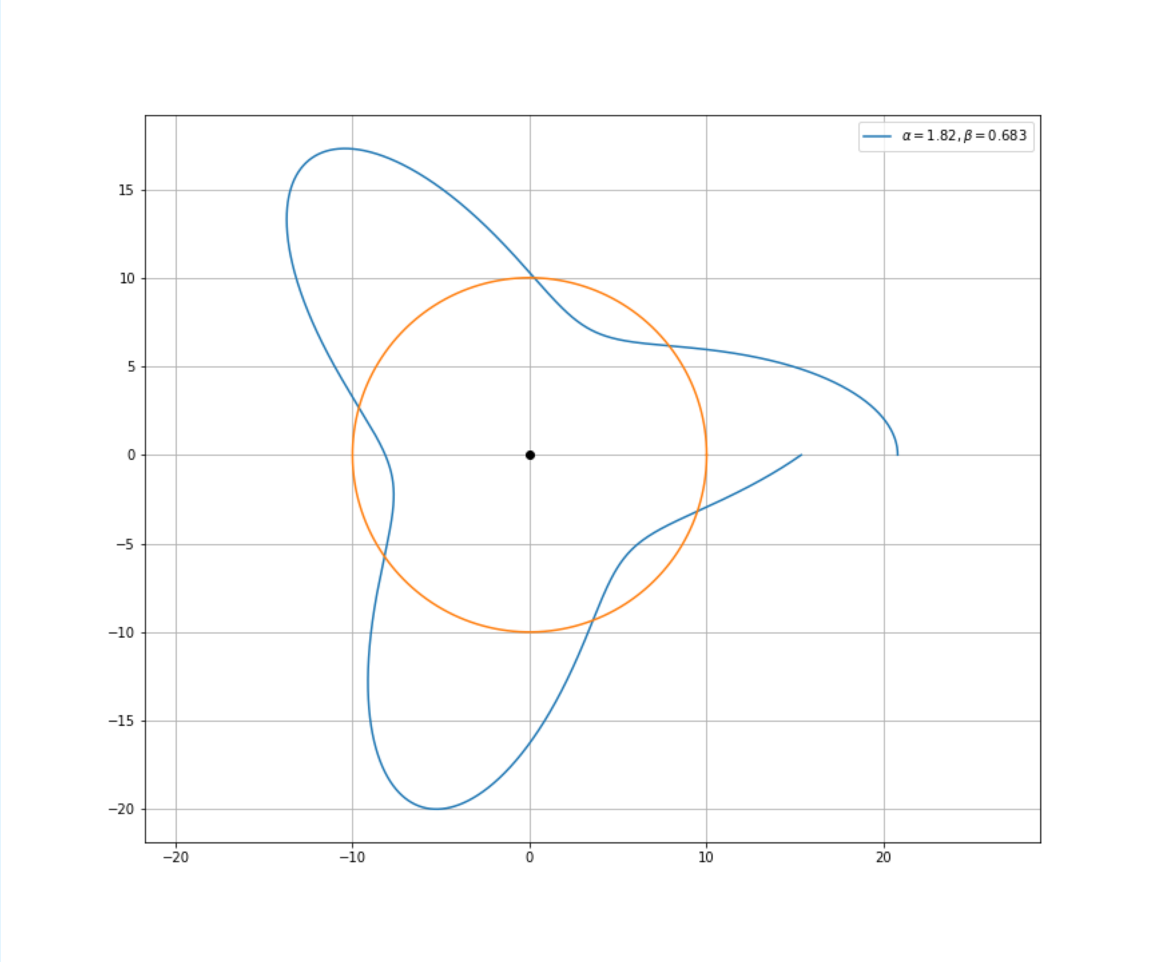
Ez a mozgástól független görbeelméleti kérdés!

az inflexiós pont feltétele:

$$\left[\frac{d^2}{d\varphi^2}\left(\frac{1}{r(\varphi)}\right) + \left(\frac{1}{r(\varphi)}\right)\right]_{\varphi_0} = 0$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon\cos(k\,\varphi)}$$



Lehet-e inflexiós pont ~~a „bolygópályákon”~~?

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?

Ez a mozgástól független görbeelméleti kérdés!

az inflexiós pont feltétele:

$$\left[\frac{d^2}{d\varphi^2}\left(\frac{1}{r(\varphi)}\right) + \left(\frac{1}{r(\varphi)}\right)\right]_{\varphi_0} = 0$$

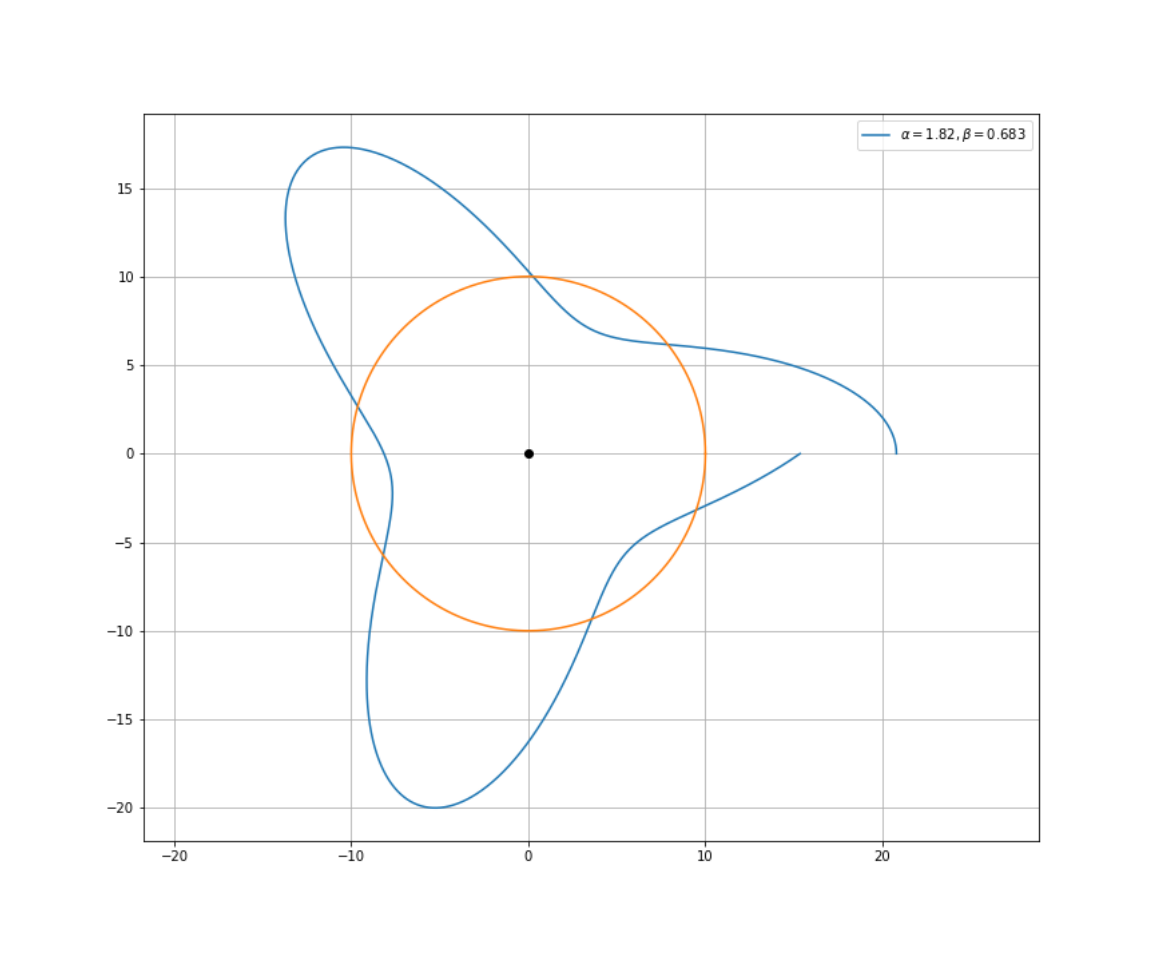
$$1 < k < \sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon}}$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon\cos(k\,\varphi)}$$

Lehet-e inflexiós pont ~~a „bolygópályákon”?~~

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?



Ez a mozgástól független görbeelméleti kérdés!

az inflexiós pont feltétele:

$$\left[\frac{d^2}{d\varphi^2}\left(\frac{1}{r(\varphi)}\right) + \left(\frac{1}{r(\varphi)}\right)\right]_{\varphi_0} = 0$$

$$1 < k < \sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon}}$$

esetünkben:

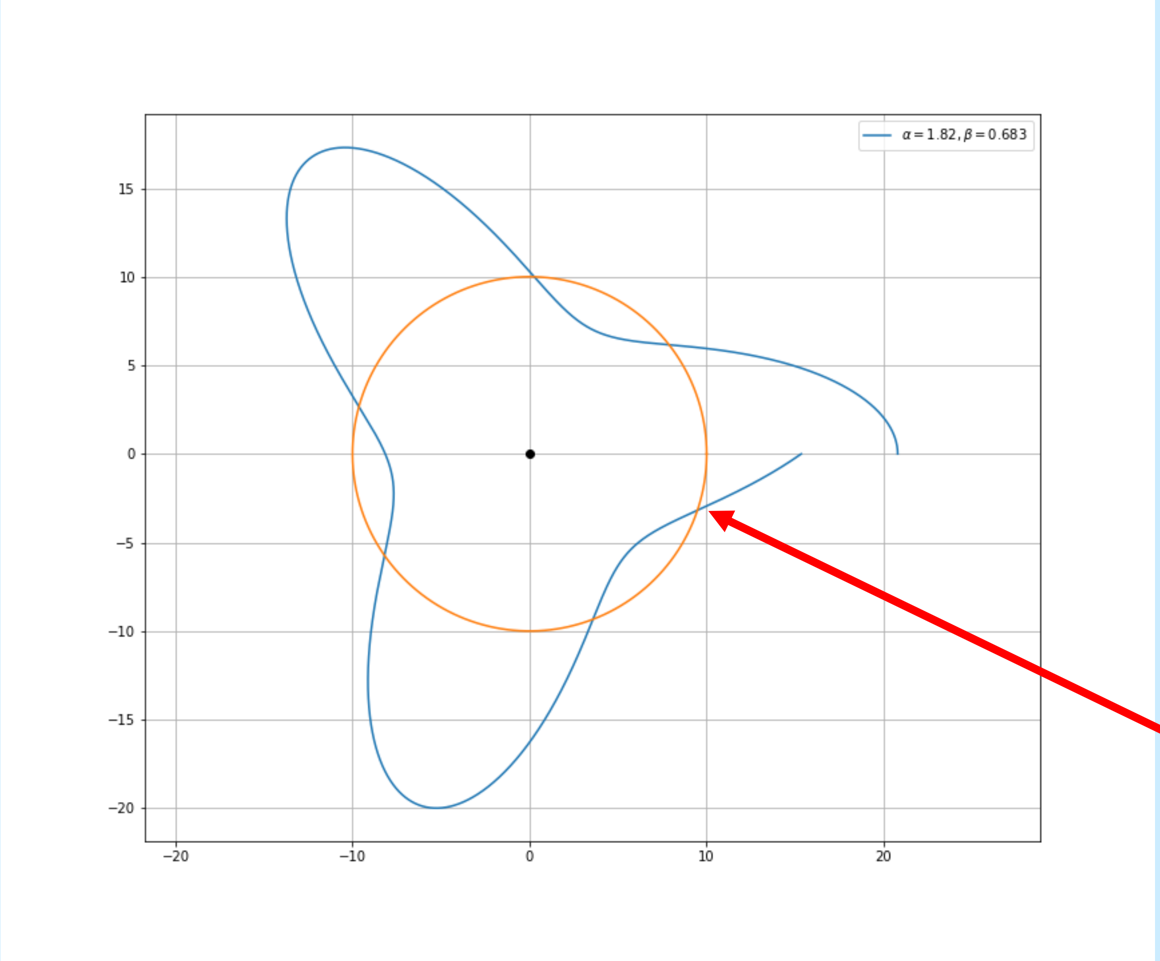
$$r = R$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon\cos(k\,\varphi)}}$$

Lehet-e inflexiós pont ~~a „bolygópályákon”?~~

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?



Ez a mozgástól független görbeelméleti kérdés!

az inflexiós pont feltétele:

$$\left[\frac{d^2}{d\varphi^2}\left(\frac{1}{r(\varphi)}\right) + \left(\frac{1}{r(\varphi)}\right)\right]_{\varphi_0} = 0$$

$$1 < k < \sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon}}$$

esetünkben:

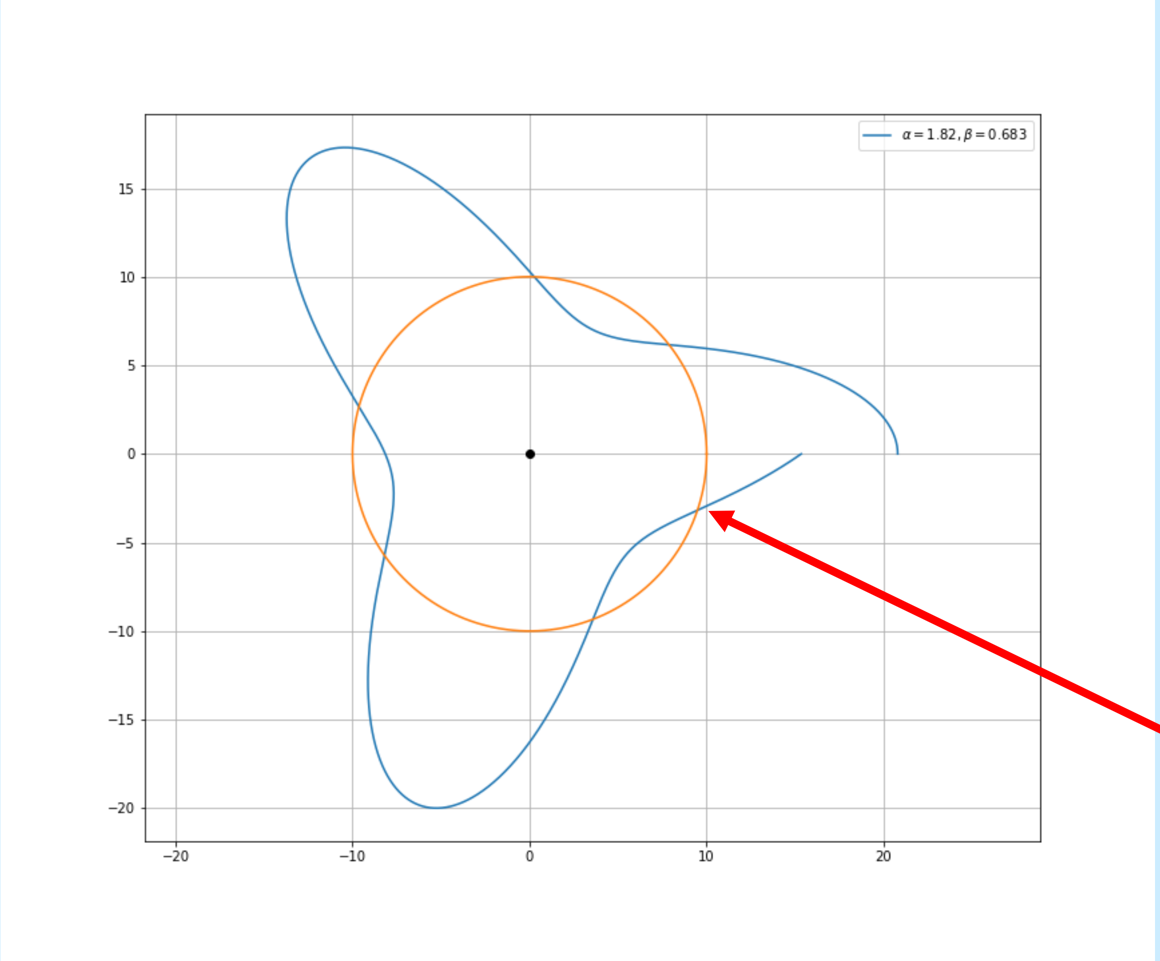
$$r = R$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Lehet-e inflexiós pont ~~a „bolygópályákon”?~~

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?



Ez a mozgástól független görbeelméleti kérdés!

az inflexiós pont feltétele:

$$\left[\frac{d^2}{d\varphi^2}\left(\frac{1}{r(\varphi)}\right) + \left(\frac{1}{r(\varphi)}\right)\right]_{\varphi_0} = 0$$

$$1 < k < \sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon}}$$

esetünkben:

$$r = R$$

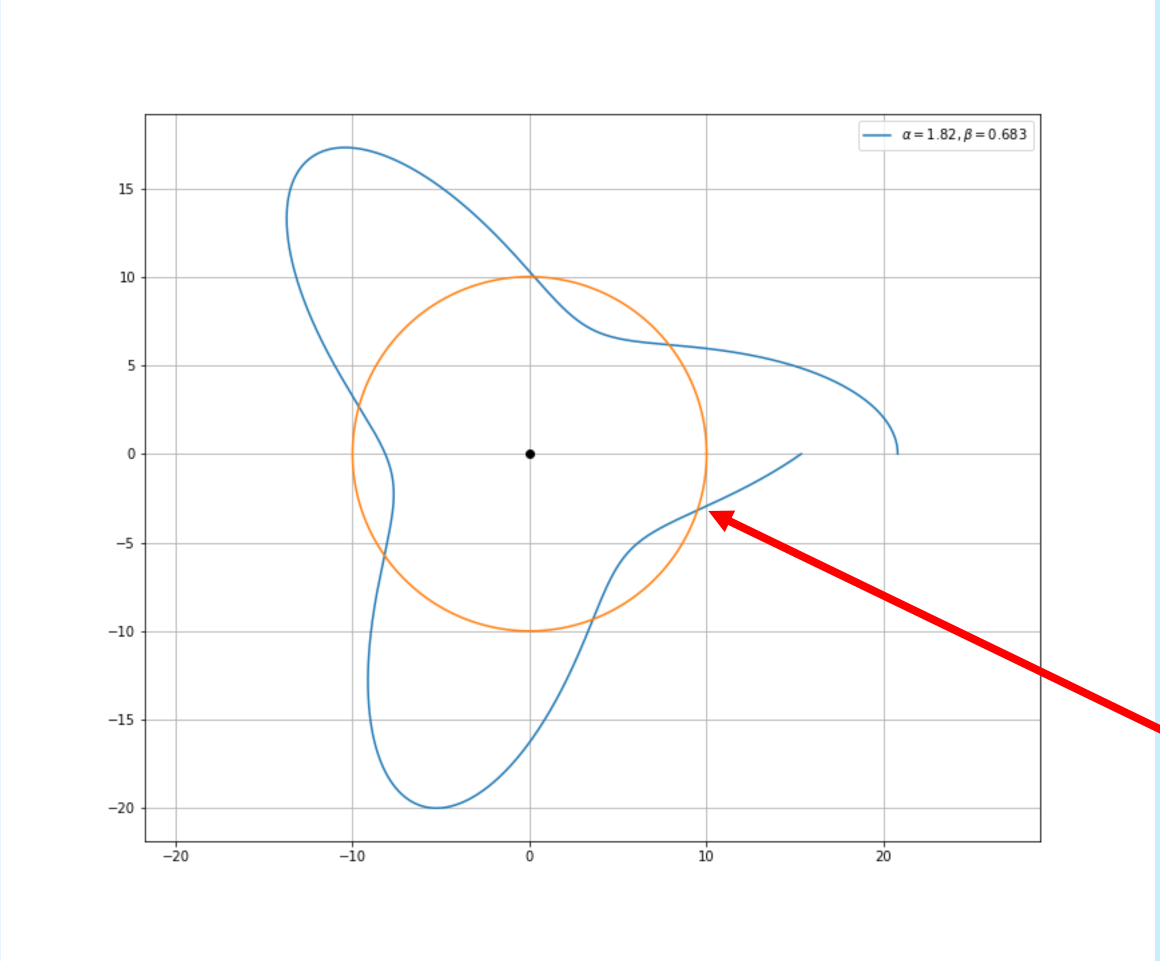
a „taszítógömb” sugara

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

Lehet-e inflexiós pont ~~a „bolygópályákon”?~~

Lehet-e inflexiós pont a fenti egyenletű görbecsalád valamelyik görbéjén?



Ez a mozgástól független görbeelméleti kérdés!

az inflexiós pont feltétele:

$$\left[\frac{d^2}{d\varphi^2}\left(\frac{1}{r(\varphi)}\right) + \left(\frac{1}{r(\varphi)}\right)\right]_{\varphi_0} = 0$$

$$1 < k < \sqrt{1 + \frac{1}{\varepsilon}}$$

esetünkben:

$$r = R$$

a „taszítógömb” sugara

emlékeztető:

$$W(\mathbf{r}) = 1 - \frac{R}{r}$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

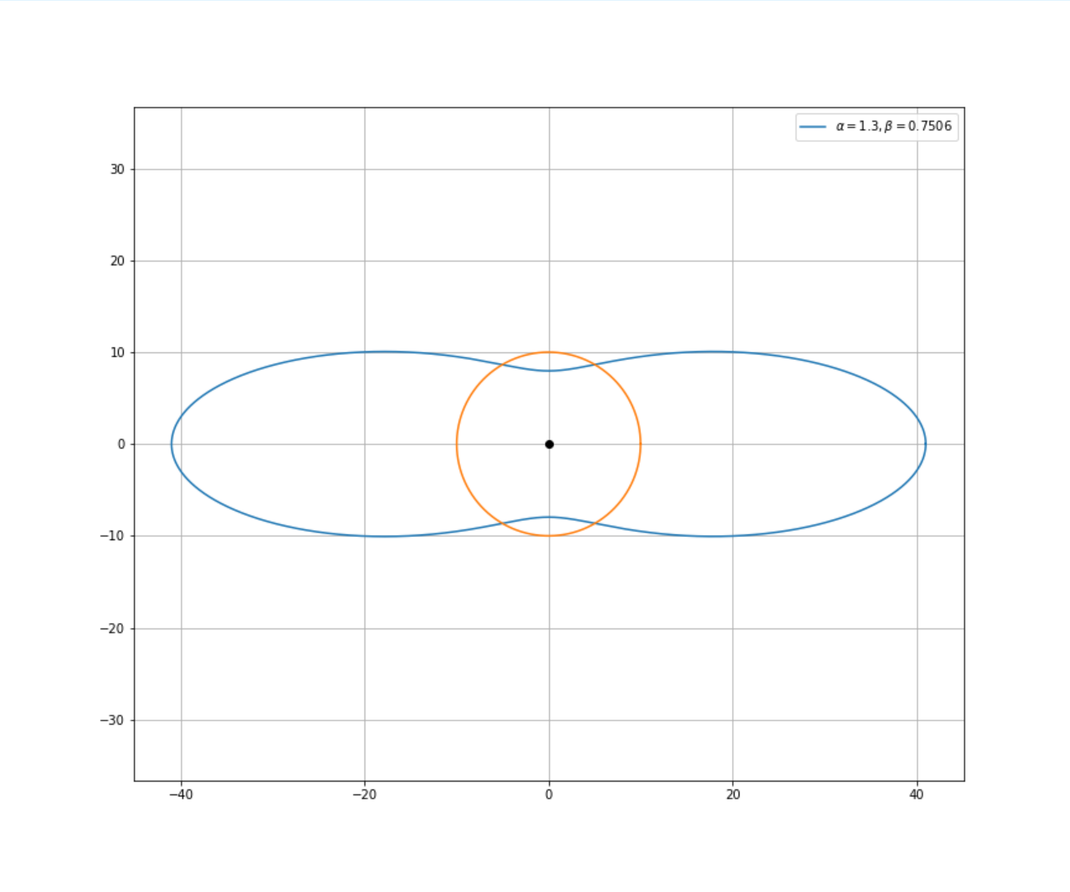
$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

záródó pályák konkáv szakaszokkal

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

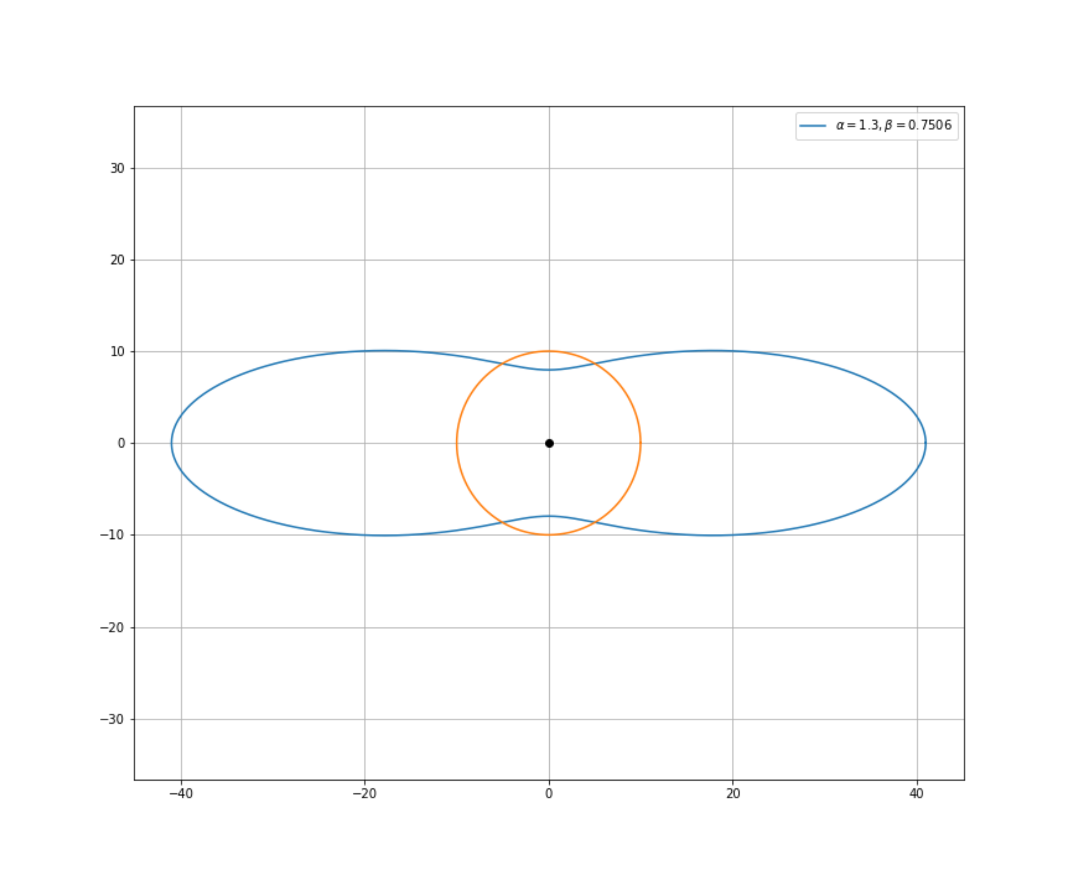
záródó pályák konkáv szakaszokkal

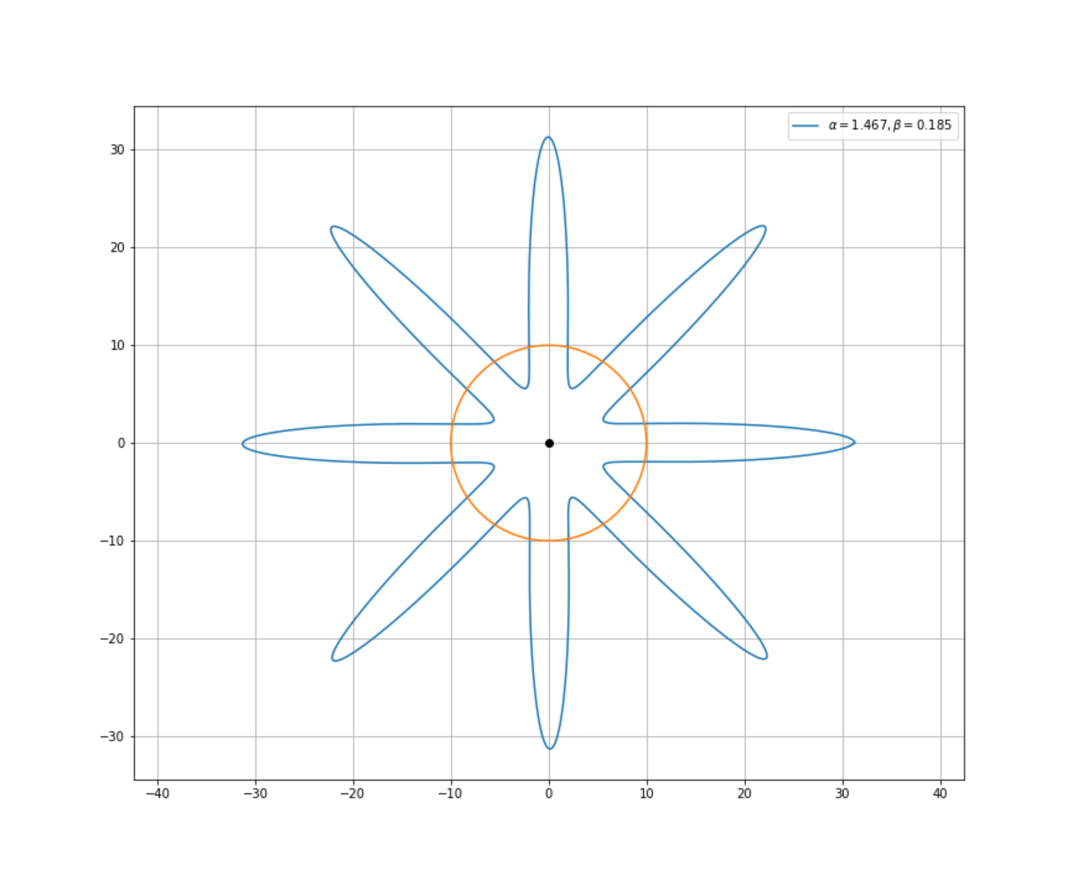


a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

záródó pályák konkáv szakaszokkal





a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

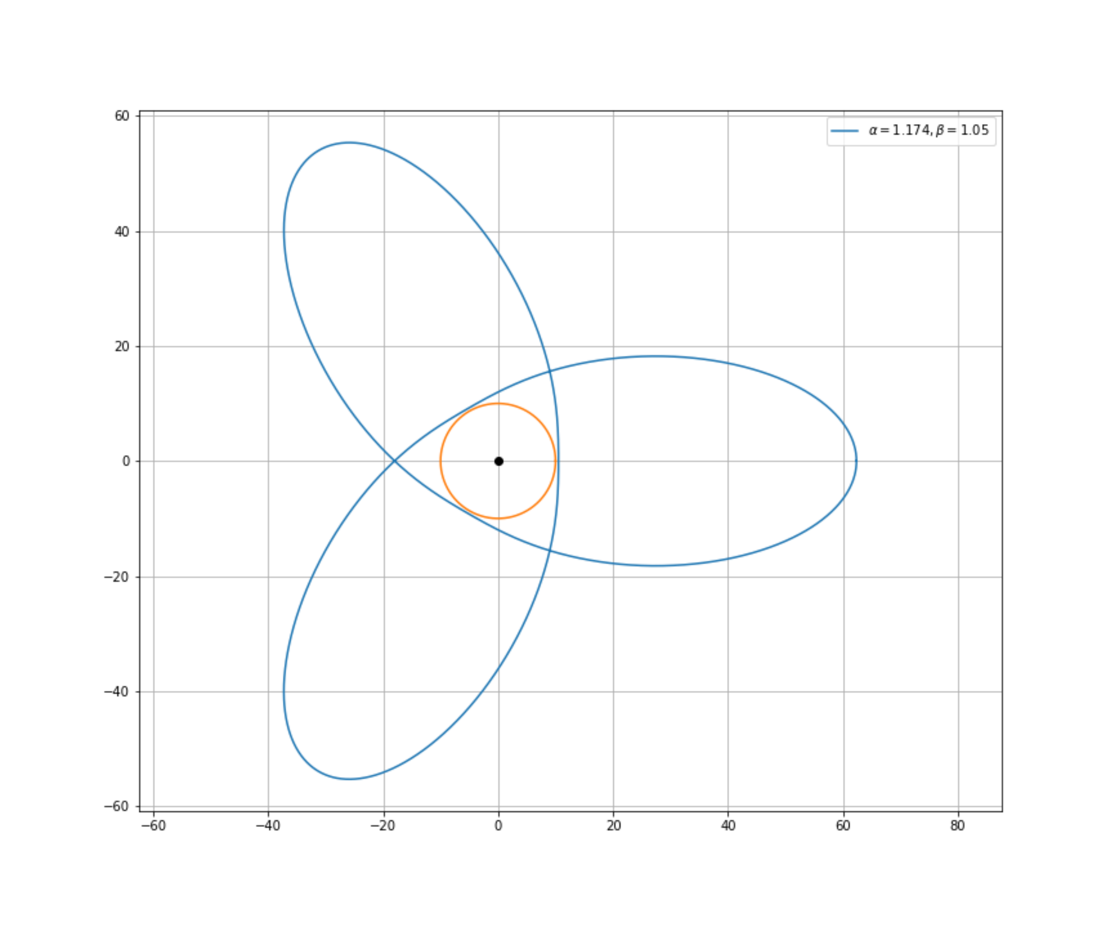
$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

negyedrendű érintési pontok

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

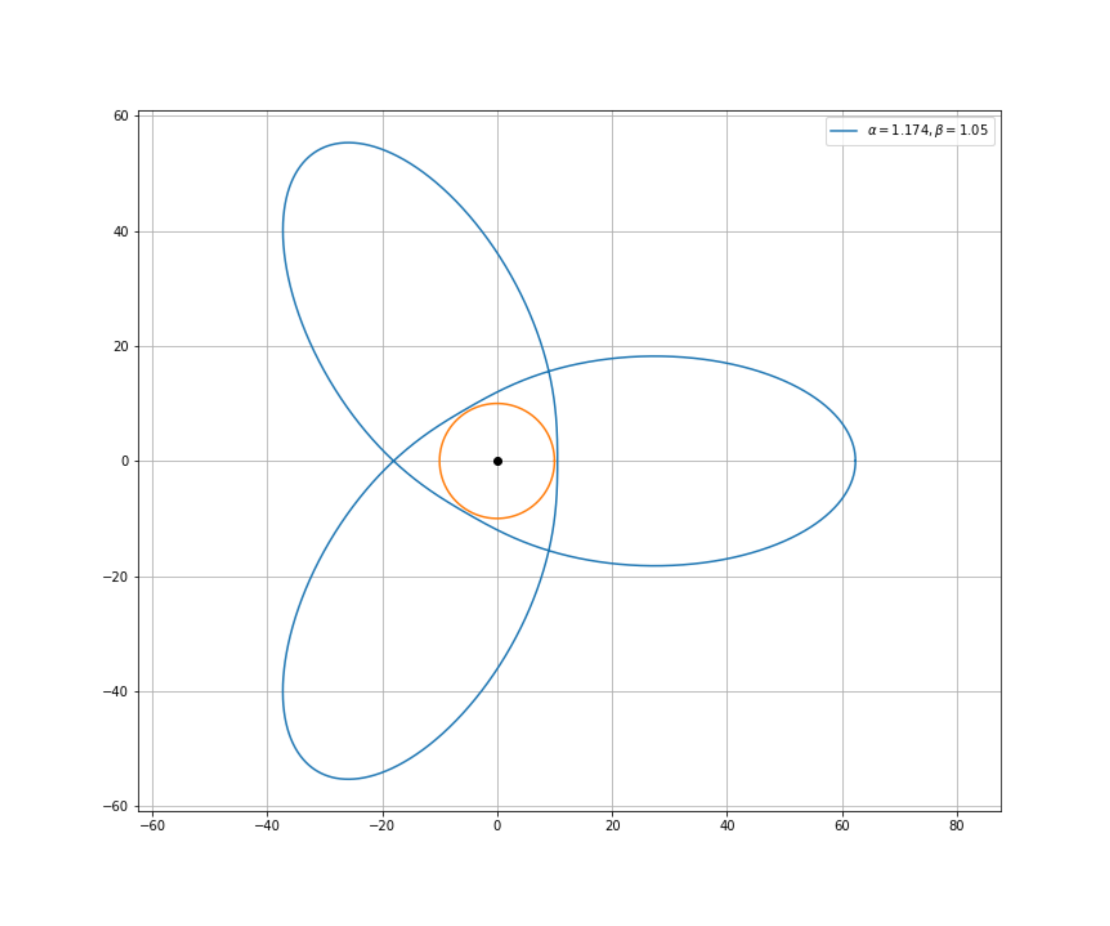
negyedrendű érintési pontok

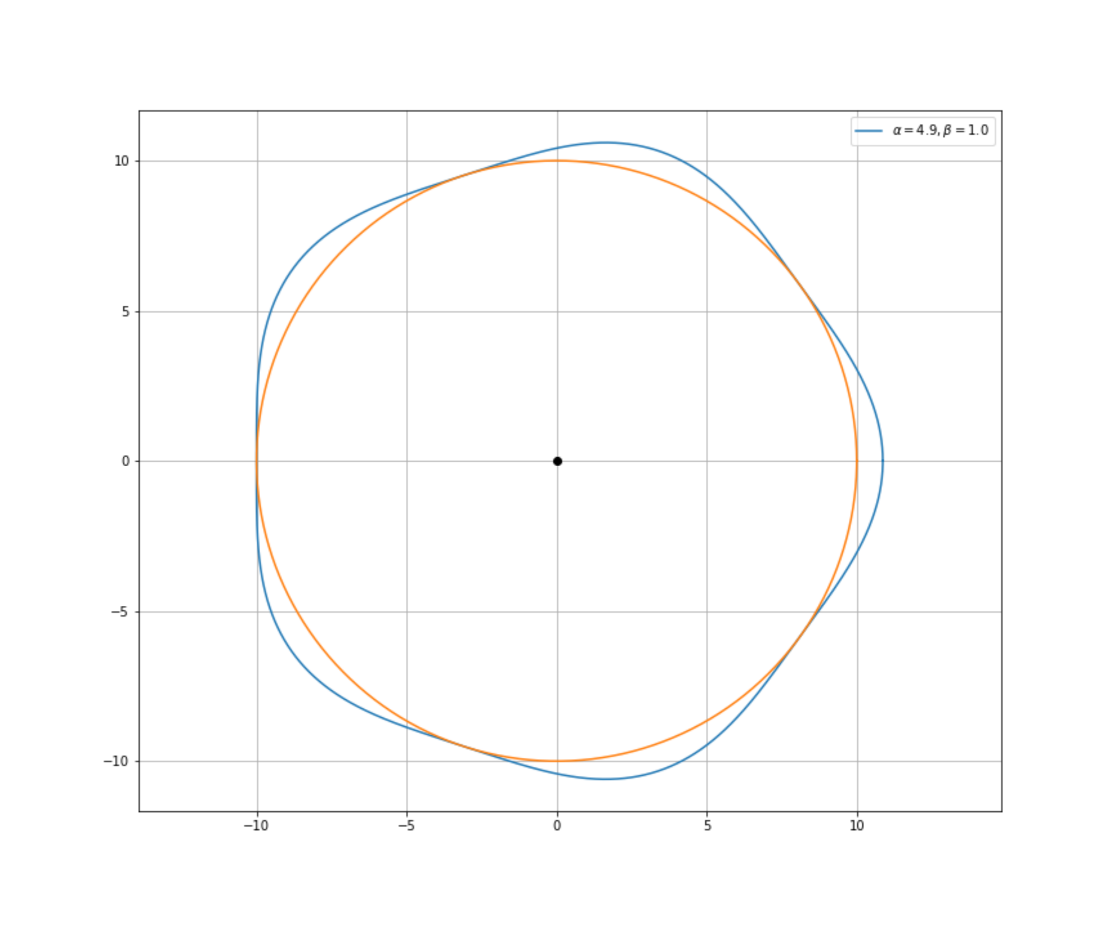


a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

negyedrendű érintési pontok





a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Kissé több számolással nemcsak
a pálya határozható meg egzakt alakban,

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Kissé több számolással nemcsak
a pálya határozható meg egzakt alakban,
hanem az időfüggés,
azaz az $r(t)$ és a $\varphi(t)$ függvény is.

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Kissé több számolással nemcsak
a pálya határozható meg egzakt alakban,
hanem az időfüggés,
azaz az $r(t)$ és a $\varphi(t)$ függvény is.

Keressük most a pályamenti
sebességet
az idő függvényében,

a pálya egyenlete polárkoordinátákban:

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Kissé több számolással nemcsak
a pálya határozható meg egzakt alakban,
hanem az időfüggés,
azaz az $r(t)$ és a $\varphi(t)$ függvény is.

Keressük most a pályamenti sebességet
az idő függvényében,
azaz a $v(t)$ függvényt!

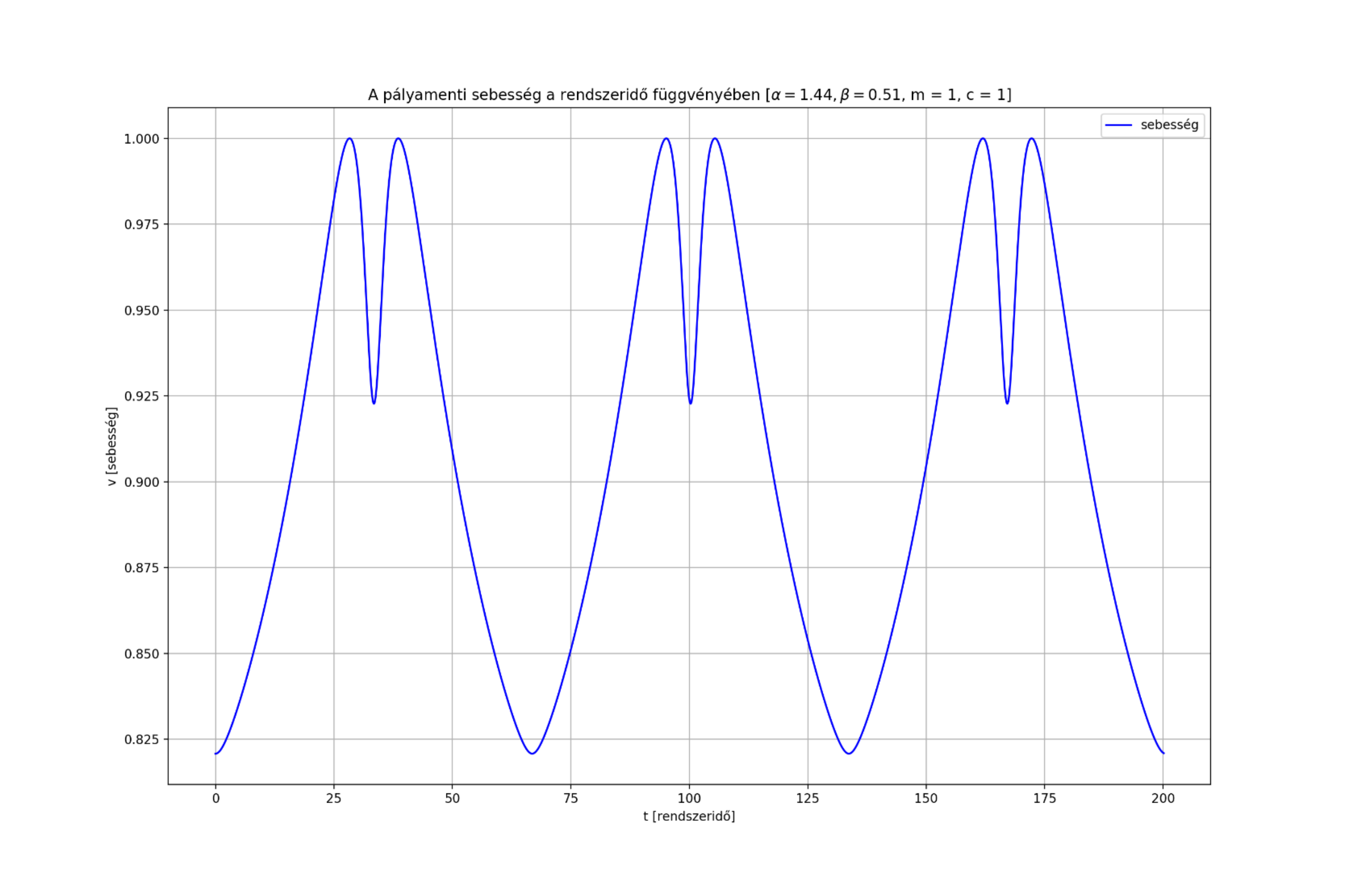
$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

a pályamenti sebesség
az idő függvényében

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$

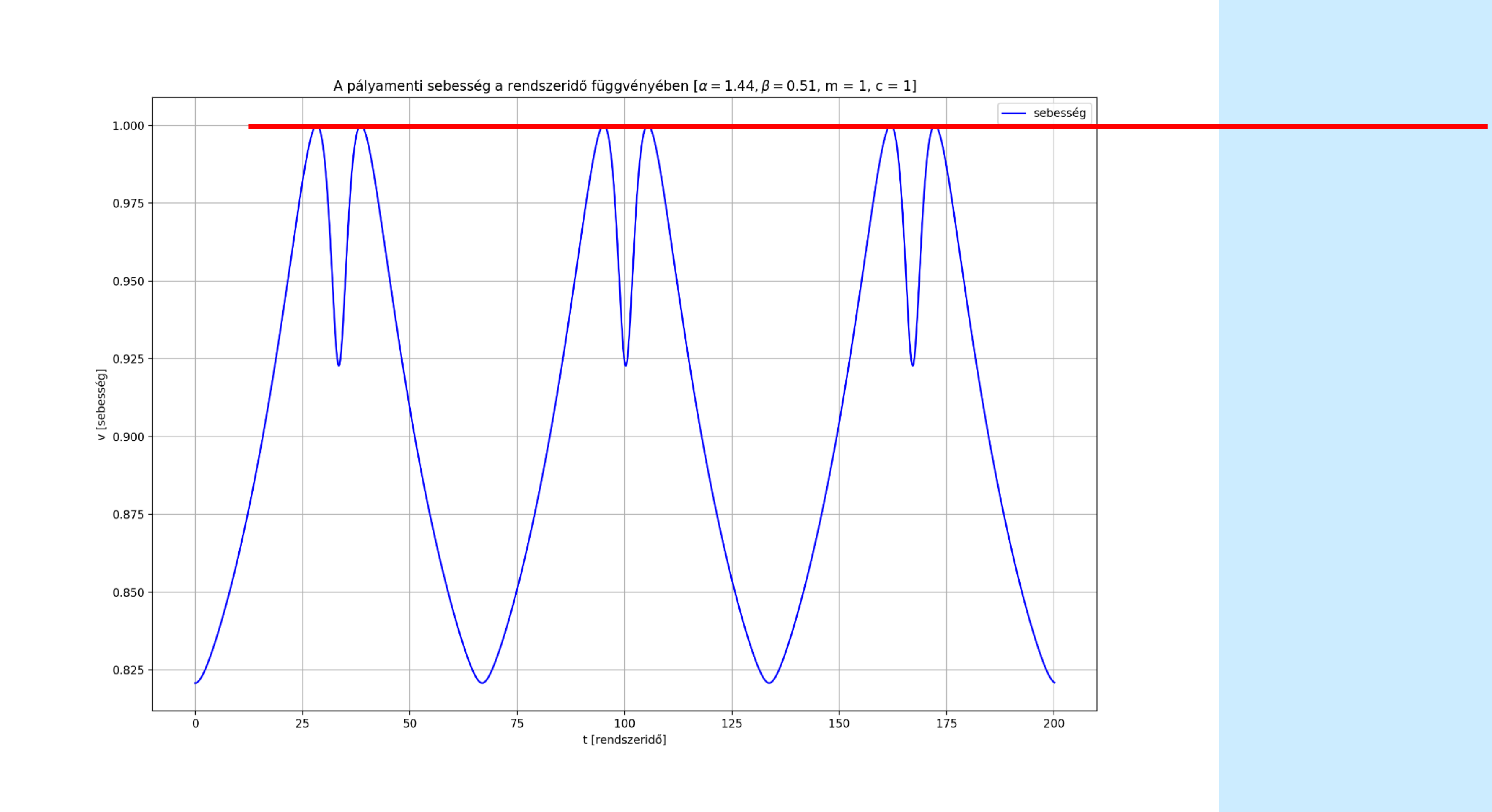
a pályamenti sebesség
az idő függvényében

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$



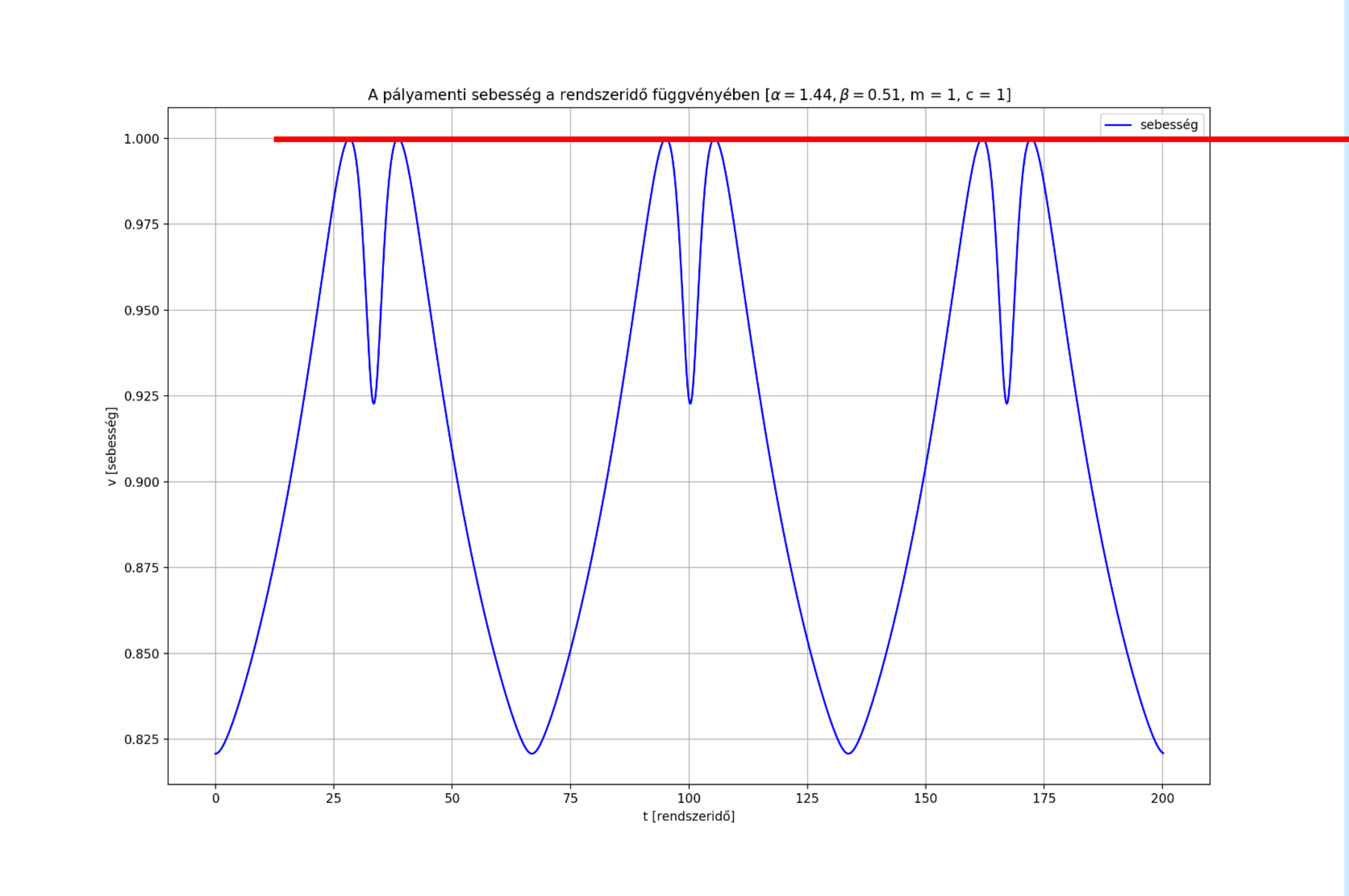
a pályamenti sebesség
az idő függvényében

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$



a pályamenti sebesség
az idő függvényében

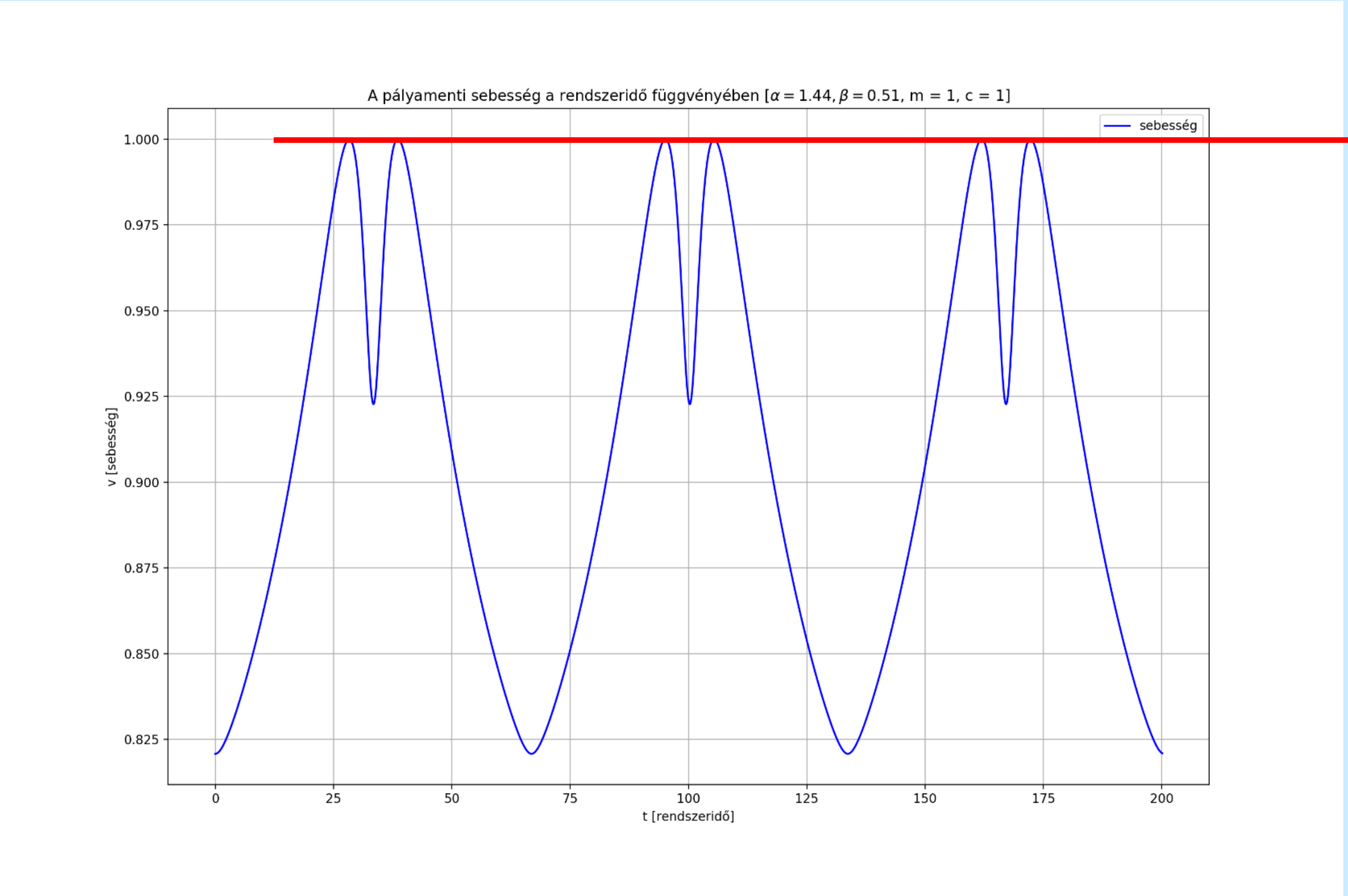
$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$



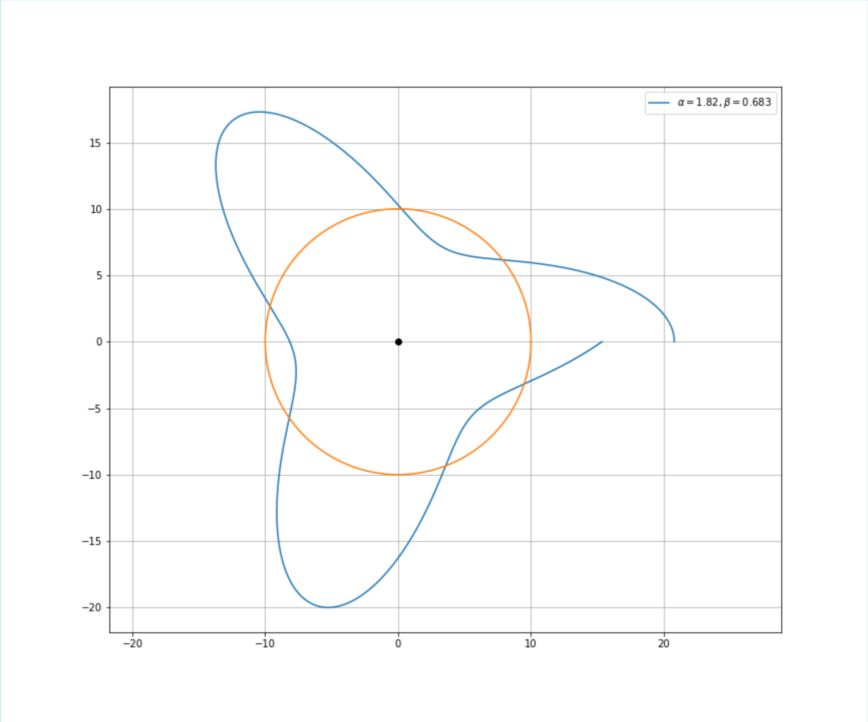
V = c

a pályamenti sebesség
az idő függvényében

$$\boxed{r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}}$$



V = c

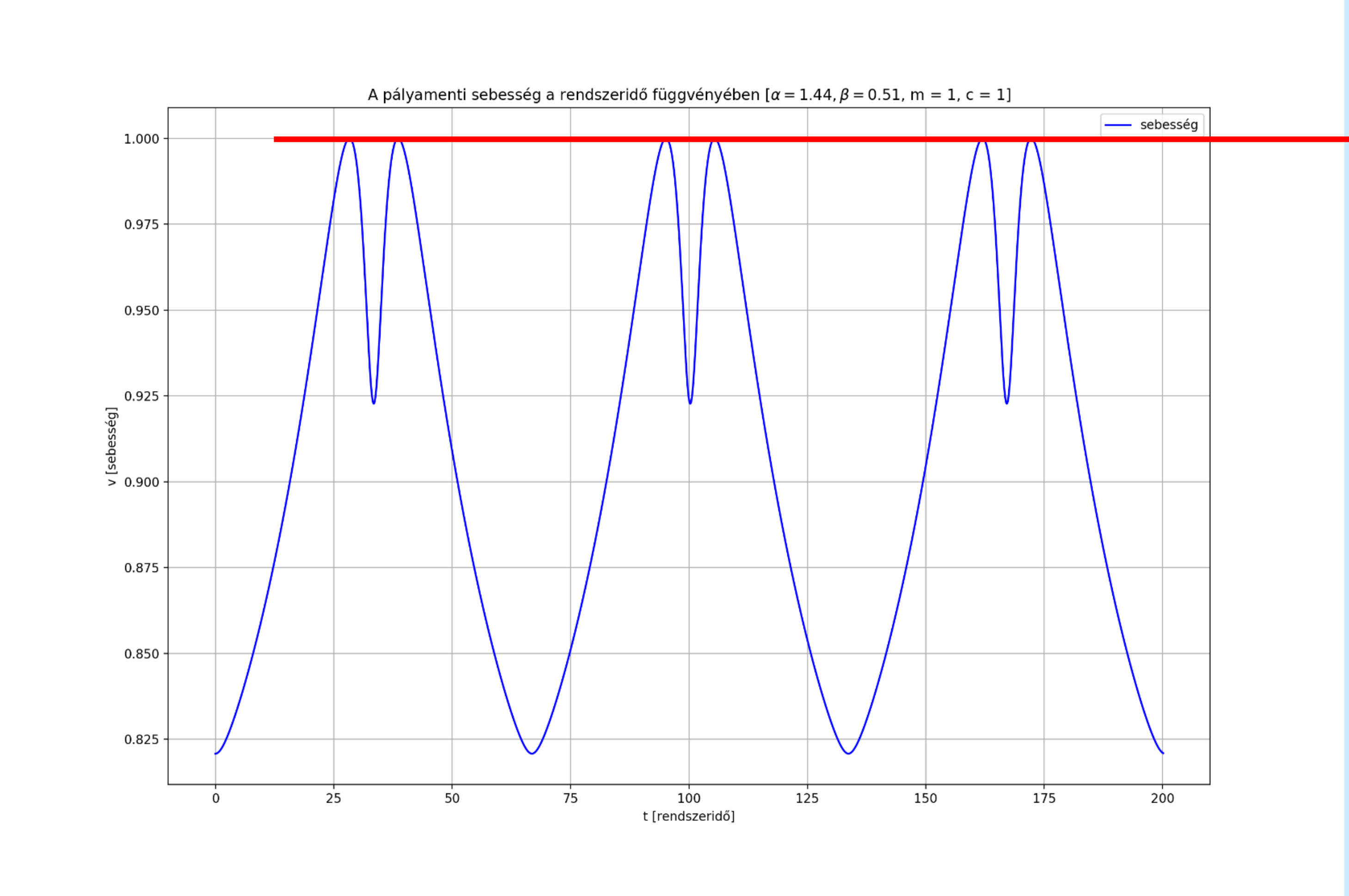


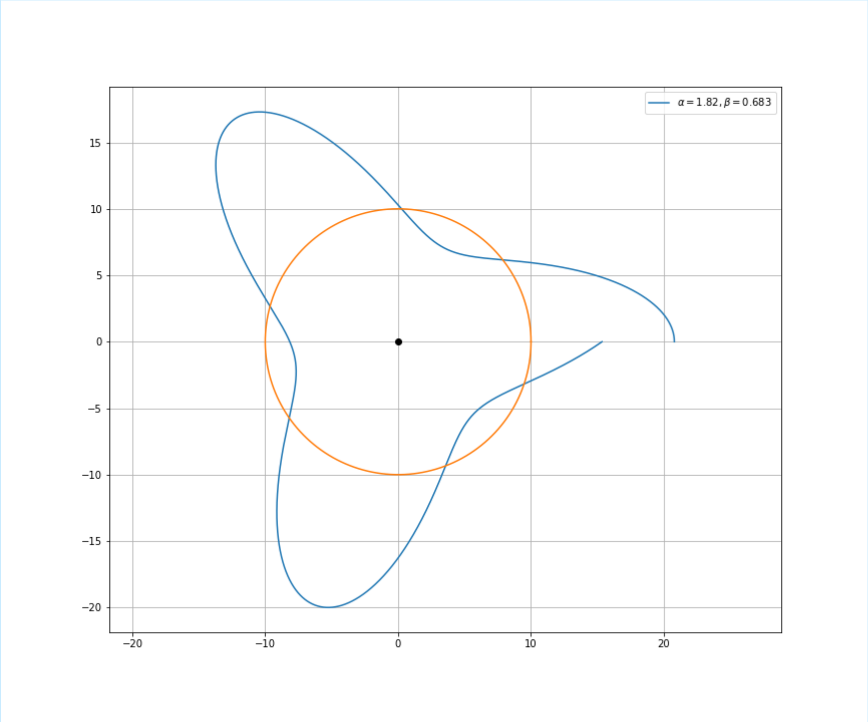
a pályamenti sebesség
az idő függvényében

$$r(\varphi) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(k\,\varphi)}$$

Az inflexiós pontban
a részecske
egy pillanatra eléri
a fénysebességet!

V = c





Ennyit mondott nekünk a matek:

Ennyit mondott nekünk a matek:

Teljesen ártatlan klasszikus probléma,
jól ismert,
megbízható matematikával

Ennyit mondott nekünk a matek:

Teljesen ártatlan klasszikus probléma,
jól ismert,
megbízható matematikával

közönséges másodrendű
vektoriális differenciálegyenlet,
egzakt megoldással

Ennyit mondott nekünk a matek:

Teljesen ártatlan klasszikus probléma,
jól ismert,
megbízható matematikával

közönséges másodrendű
vektoriális differenciálegyenlet,
egzakt megoldással

De mit jelent ez fizikailag?

Ennyit mondott nekünk a matek: **Teljesen ártatlan klasszikus probléma, jól ismert, megbízható matematikával** közönséges másodrendű vektoriális differenciálegyenlet, egzakt megoldással

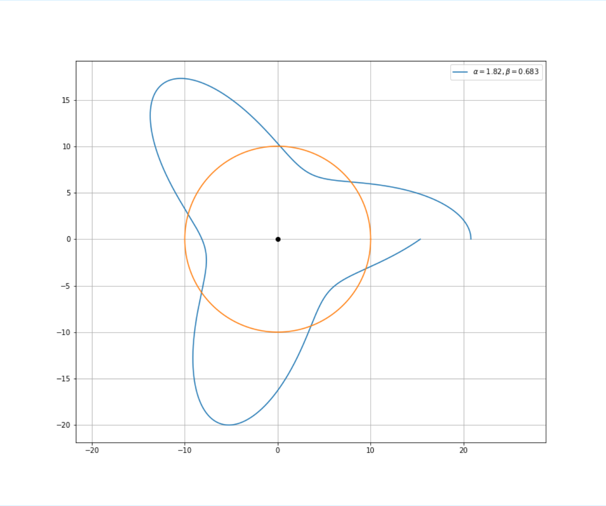
De mit jelent ez fizikailag?

Miért ilyen furcsa a mozgás?

Ennyit mondott nekünk a matek: **Teljesen ártatlan klasszikus probléma, jól ismert, megbízható matematikával** közönséges másodrendű vektoriális differenciálegyenlet, egzakt megoldással

De mit jelent ez fizikailag?

Miért ilyen furcsa a mozgás?



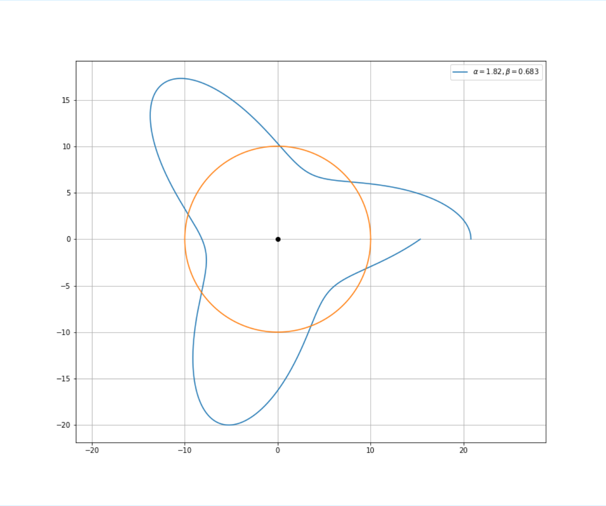
Ennyit mondott nekünk a matek:

Teljesen ártatlan klasszikus probléma, jól ismert, megbízható matematikával

közönséges másodrendű vektoriális differenciálegyenlet, egzakt megoldással

De mit jelent ez fizikailag?

Miért ilyen furcsa a mozgás?



Mi ez a taszítógömb, amelyen belül a centrum vonzása taszítóvá válik, és konkáv pályához vezet?

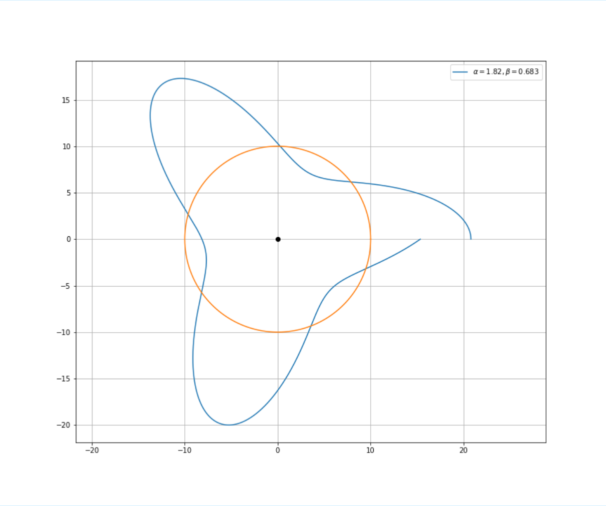
Ennyit mondott nekünk a matek:

Teljesen ártatlan klasszikus probléma,
jól ismert,
megbízható matematikával

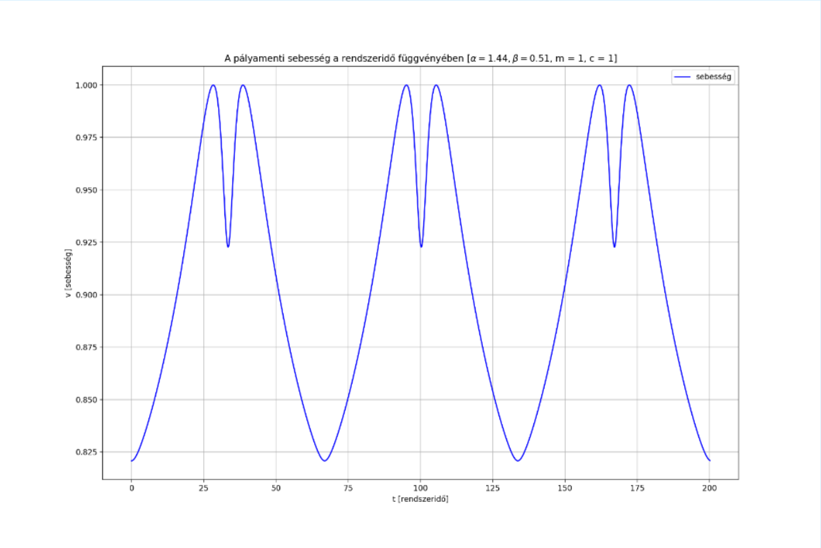
közönséges másodrendű
vektoriális differenciálegyenlet,
egzakt megoldással

De mit jelent ez fizikailag?

Miért ilyen furcsa a mozgás?



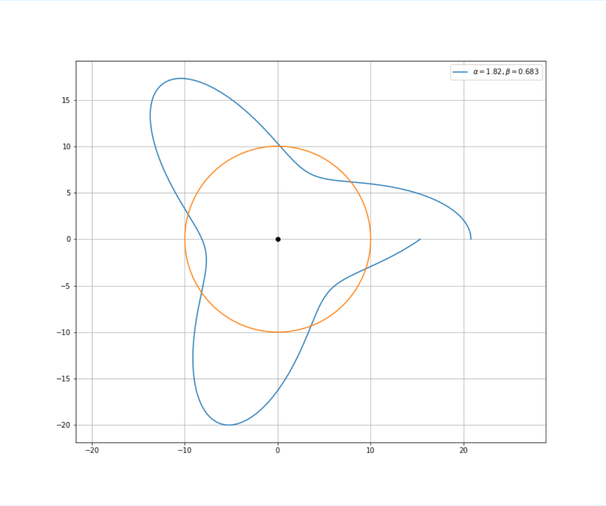
Mi ez a taszítógömb,
amelyen belül a centrum
vonzása taszítóvá válik, és
konkáv pályához vezet?



Ennyit mondott nekünk a matek: **Teljesen ártatlan klasszikus probléma, jól ismert, megbízható matematikával** közönséges másodrendű vektoriális differenciálegyenlet, egzakt megoldással

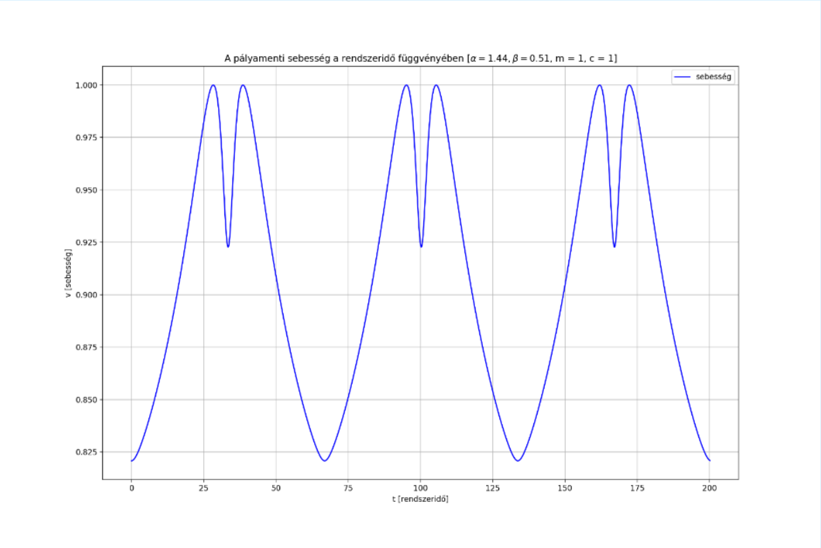
De mit jelent ez fizikailag?

Miért ilyen furcsa a mozgás?



Mi ez a taszítógömb, amelyen belül a centrum vonzása taszítóvá válik, és konkáv pályához vezet?

Hogyan érheti el a részecske a fénysebességet, és miért lassul le utána?



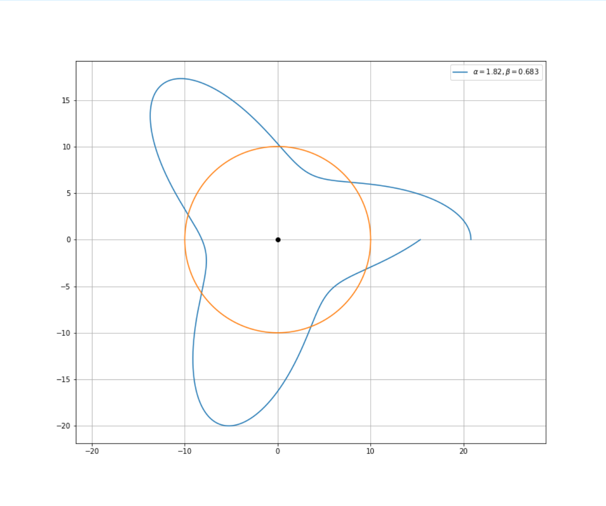
Ennyit mondott nekünk a matek:

Teljesen ártatlan klasszikus probléma,
jól ismert,
megbízható matematikával

közönséges másodrendű
vektoriális differenciálegyenlet,
egzakt megoldással

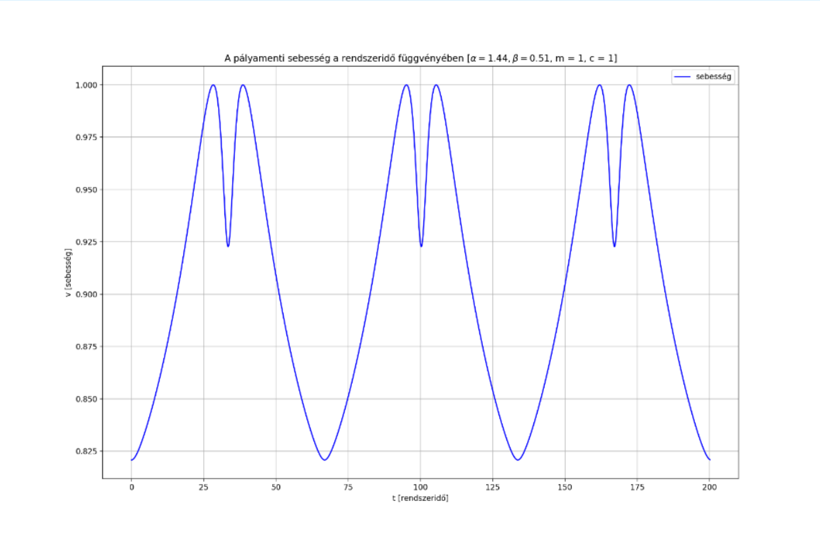
De mit jelent ez fizikailag?

Miért ilyen furcsa a mozgás?



Mi ez a taszítógömb,
amelyen belül a centrum
vonzása taszítóvá válik, és
konkáv pályához vezet?

Hogyan érheti el a részecske
a fénysebességet, és miért
lassul le utána?



Most kell kiegészíteni
a fizikai modellt, és bevezetni
az eredmény értelmezéséhez
szükséges további
fizikai fogalmakat!

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:

hagyományos dinamikai fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

B/ modell:

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

B/ modell:
az adott jelenséghez illeszkedő egyedi fogalmak

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

B/ modell:
az adott jelenséghez illeszkedő egyedi fogalmak

(nemrelativisztikus)
effektív potenciál

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

Ennek a következetes alkalmazása szokatlan és furcsa eredményekhez vezet

B/ modell:
az adott jelenséghez illeszkedő egyedi fogalmak

(nemrelativisztikus)
effektív potenciál

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

Ennek a következetes
alkalmazása szokatlan és
furcsa eredményekhez vezet

Hátránya:
ez egyesek lelkében
rosszallást vált ki

B/ modell:
az adott jelenséghez
illeszkedő egyedi fogalmak

(nemrelativisztikus)
effektív potenciál

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

Ennek a következetes alkalmazása szokatlan és furcsa eredményekhez vezet

Hátránya:
ez egyesek lelkében rosszallást vált ki

B/ modell:
az adott jelenséghez illeszkedő egyedi fogalmak

(nemrelativisztikus)
effektív potenciál

Nem lép fel az ismert fizikai fogalmak szokatlan használata, mindenki megnyugodhat

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

Ennek a következetes alkalmazása szokatlan és furcsa eredményekhez vezet

Hátránya:
ez egyesek lelkében rosszallást vált ki

B/ modell:
az adott jelenséghez illeszkedő egyedi fogalmak

(nemrelativisztikus)
effektív potenciál

Nem lép fel az ismert fizikai fogalmak szokatlan használata, mindenki megnyugodhat

Hátránya:
nem biztos, hogy más hasonló esetekben is alkalmazható

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

Ennek a következetes alkalmazása szokatlan és furcsa eredményekhez vezet

Hátránya:
ez egyesek lelkében rosszallást vált ki

B/ modell:
az adott jelenséghez illeszkedő egyedi fogalmak

(nemrelativisztikus)
effektív potenciál

Nem lép fel az ismert fizikai fogalmak szokatlan használata, mindenki megnyugodhat

Hátránya:
nem biztos, hogy más hasonló esetekben is alkalmazható

C/ modell:

Most kell kiegészíteni a fizikai modellt, és bevezetni az eredmény értelmezéséhez szükséges további fizikai fogalmakat!

A/ modell:

hagyományos dinamikai fogalmak használata

(relativisztikus)
tömeg, impulzus, energia, erő

Ennek a következetes alkalmazása szokatlan és furcsa eredményekhez vezet

Hátránya:
ez egyesek lelkében rosszallást vált ki

B/ modell:

az adott jelenséghez illeszkedő egyedi fogalmak

(nemrelativisztikus)
effektív potenciál

Nem lép fel az ismert fizikai fogalmak szokatlan használata, mindenki megnyugodhat

Hátránya:
nem biztos, hogy más hasonló esetekben is alkalmazható

C/ modell:

az olvasóra bízzuk…

A/ modell:

A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata

A/ modell:

hagyományos dinamikai fogalmak használata

A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata

ezt adta a matek

A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata

ezt adta a matek

interpretáció az
A/ modellben

A/ modell:

hagyományos dinamikai
fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

ezt adta a matek

interpretáció az A/ modellben

A/ modell:

hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

interpretáció az A/ modellben

A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns
mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

**interpretáció az
A/ modellben**

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

A/ modell:

hagyományos dinamikai
fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns
mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

**interpretáció az
A/ modellben**

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle
kovariáns
mozgásegyenlet

A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns
mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

**interpretáció az
A/ modellben**

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle
kovariáns
mozgásegyenlet

ahol
$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

---

interpretáció az A/ modellben

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

interpretáció az A/ modellben

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k\,W(x)$$

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

interpretáció az A/ modellben

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

---

interpretáció az A/ modellben

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k\, W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau}\,M(\tau) = F_k\, u^k$$

A/ modell:

hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

interpretáció az A/ modellben

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau} M(\tau) = F_k\, u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet:

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

interpretáció az A/ modellben

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau}M(\tau) = F_k\,u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns
mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

interpretáció az
A/ modellben

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle
kovariáns
mozgásegyenlet

ahol $M(\tau) = \dfrac{W(x(\tau))}{c^2}$

Novobátzky-féle
változó nyugalmi tömeg

és $F_k = \partial_k W(x)$

négyeserő:
négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau} M(\tau) = F_k\, u^k$$

A tömeg változására vonatkozó
Novobátzky-egyenlet:
azonosságként teljesül

Ezt az interpretációt mutattam be
részletesen az ETTE-este:
2017. 03. 16.

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

interpretáció az A/ modellben

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol $$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és $$F_k = \partial_k W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau} M(\tau) = F_k\, u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

Ezt az interpretációt mutattam be részletesen az ETTE-este:
2017. 03. 16.
Relativisztikus dinamika és a nyugalmi tömeg változása

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

ezt adta a matek

interpretáció az A/ modellben

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau} M(\tau) = F_k\, u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

Ezt az interpretációt mutattam be részletesen az ETTE-este:
2017. 03. 16.
Relativisztikus dinamika és a nyugalmi tömeg változása

de többeket zavart a változó nyugalmi tömeg…

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau}M(\tau) = F_k\,u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau}M(\tau) = F_k\,u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

A/ modell:

hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

Beltrami-tétel: sztatikus térben megmaradó mennyiség

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau}M(\tau) = F_k\,u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

A/ modell:

hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k\, W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau} M(\tau) = F_k\, u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

Beltrami-tétel: sztatikus térben megmaradó mennyiség

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1-\frac{R}{r}}{\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

$$\frac{d}{d\tau}\,(M(\tau)\,u_k) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol
$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és
$$F_k = \partial_k\,W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau}\,M(\tau) = F_k\,u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

Beltrami-tétel: sztatikus térben megmaradó mennyiség

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1-\frac{R}{r}}{\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

A számlálóban levő tömeg a taszítógömbben (r < R) negatívvá válik

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol

$$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és

$$F_k = \partial_k\,W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau}M(\tau) = F_k\,u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

Beltrami-tétel: sztatikus térben megmaradó mennyiség

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1-\frac{R}{r}}{\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

A számlálóban levő tömeg a taszítógömbben (r < R) negatívvá válik

A vonzó potenciál a negatív tömeget taszítja

A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata

$$\frac{d}{d\tau}\left(\frac{W(x)}{c^2}\,u_k\right) = \partial_k W(x)$$

a mi kovariáns mozgásegyenletünk

$$\frac{d}{d\tau}\left(M(\tau)\,u_k\right) = F_k$$

Novobátzky-féle kovariáns mozgásegyenlet

ahol $$M(\tau) = \frac{W(x(\tau))}{c^2}$$

Novobátzky-féle változó nyugalmi tömeg

és $$F_k = \partial_k W(x)$$

négyeserő: négyesgradiens

$$\frac{d}{d\tau}M(\tau) = F_k\,u^k$$

A tömeg változására vonatkozó Novobátzky-egyenlet: azonosságként teljesül

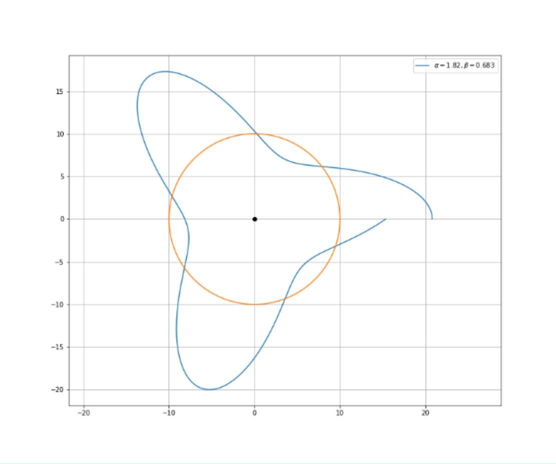
Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

Beltrami-tétel: sztatikus térben megmaradó mennyiség

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1-\frac{R}{r}}{\sqrt{1-\frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

A számlálóban levő tömeg a taszítógömbben (r < R) negatívvá válik

A vonzó potenciál a negatív tömeget taszítja



A/ modell:

hagyományos dinamikai fogalmak használata

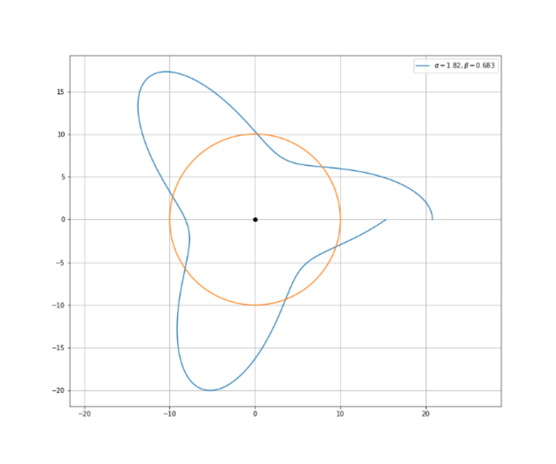
Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

Beltrami-tétel: sztatikus térben megmaradó mennyiség

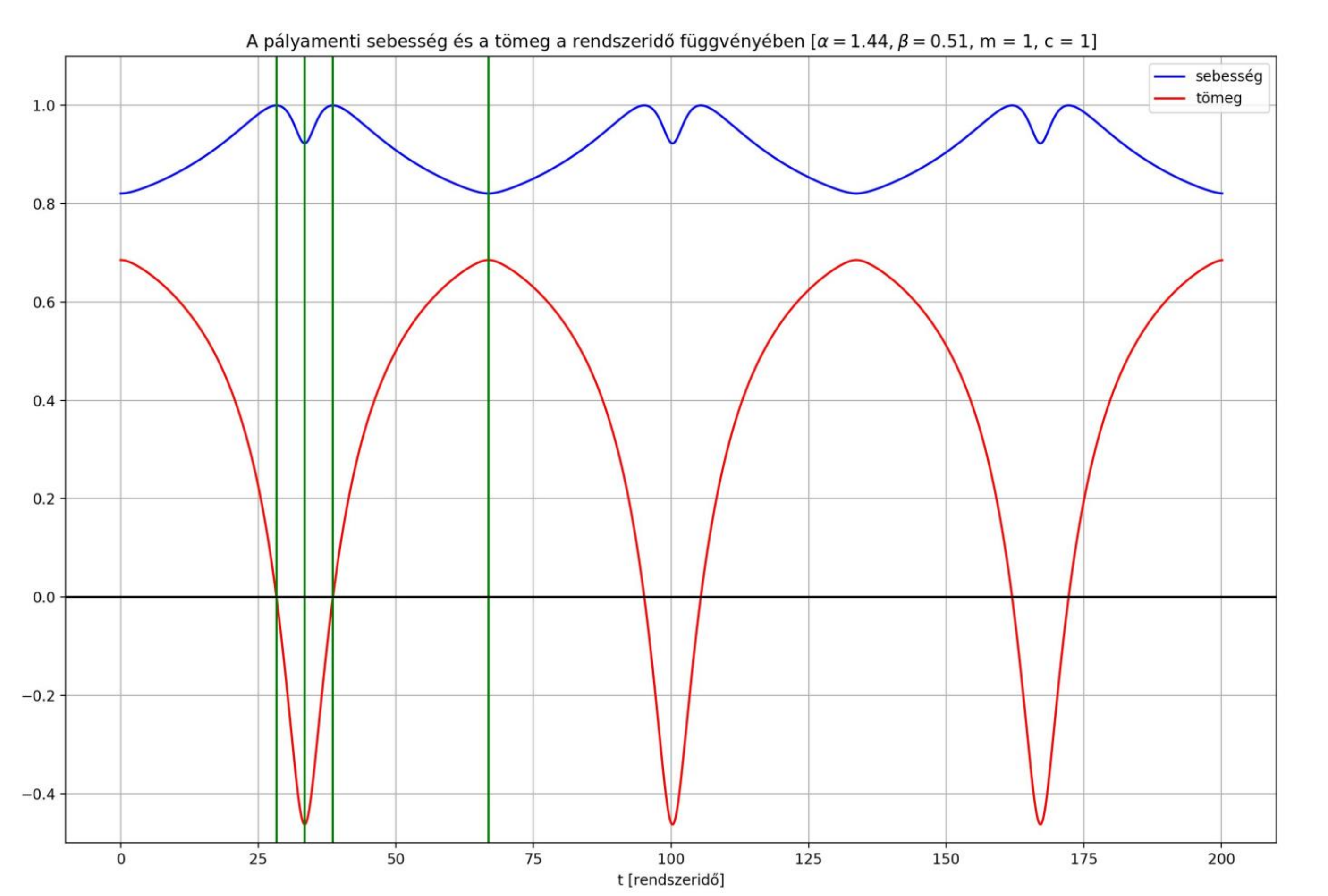
$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

A számlálóban levő tömeg a taszítógömbben (r < R) negatívvá válik

A vonzó potenciál a negatív tömeget taszítja



A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata



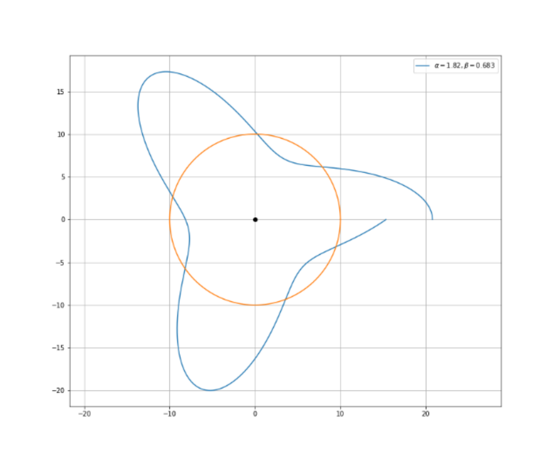
Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

Beltrami-tétel: sztatikus térben megmaradó mennyiség

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

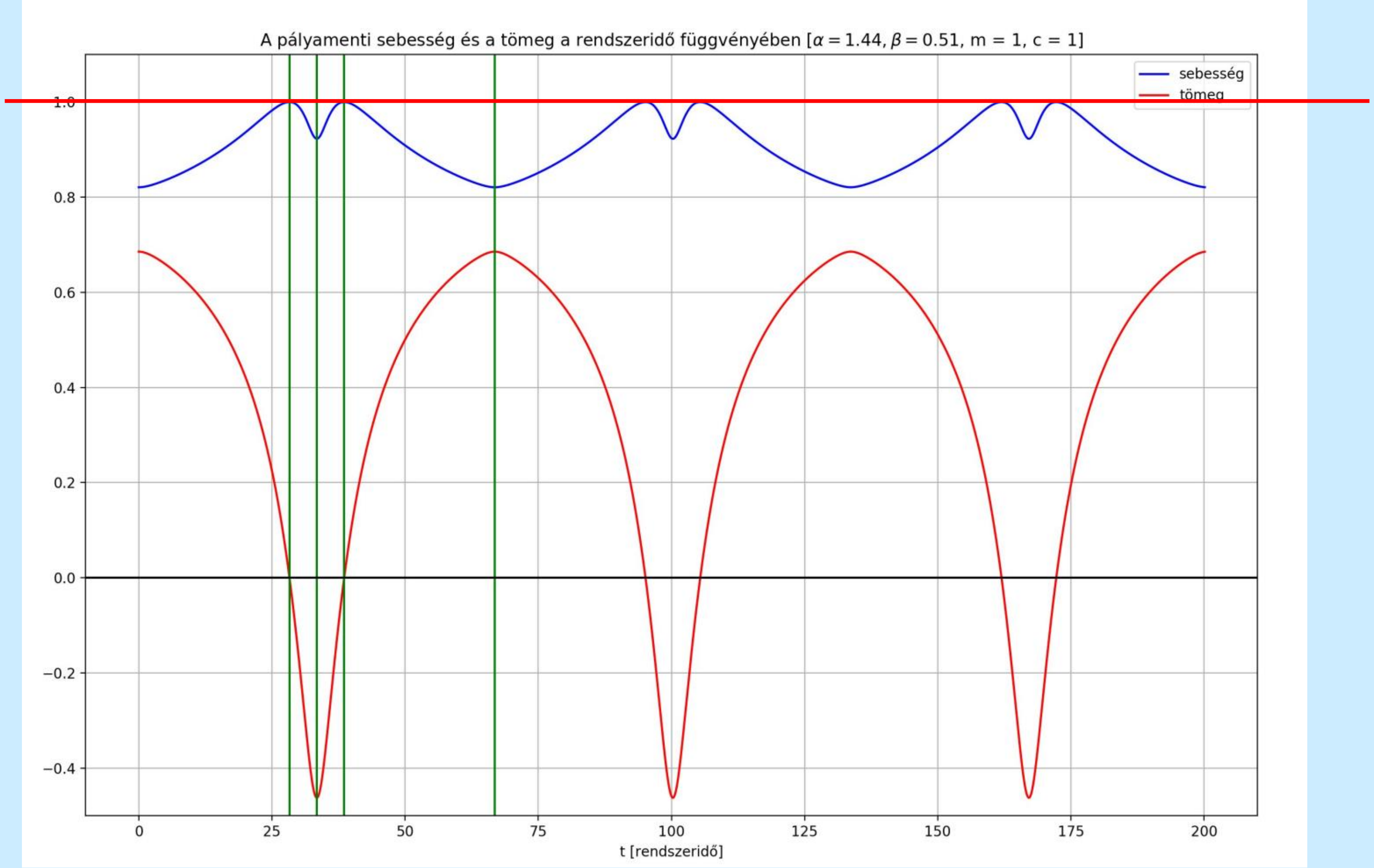
A számlálóban levő tömeg a taszítógömbben (r < R) negatívvá válik

A vonzó potenciál a negatív tömeget taszítja



A/ modell:

hagyományos dinamikai
fogalmak használata



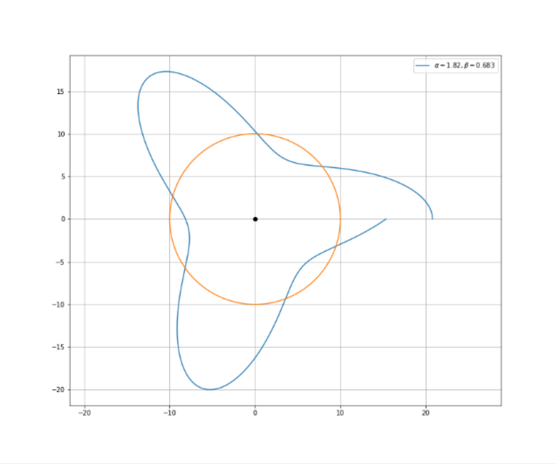
Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

Beltrami-tétel: sztatikus térben
megmaradó mennyiség

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

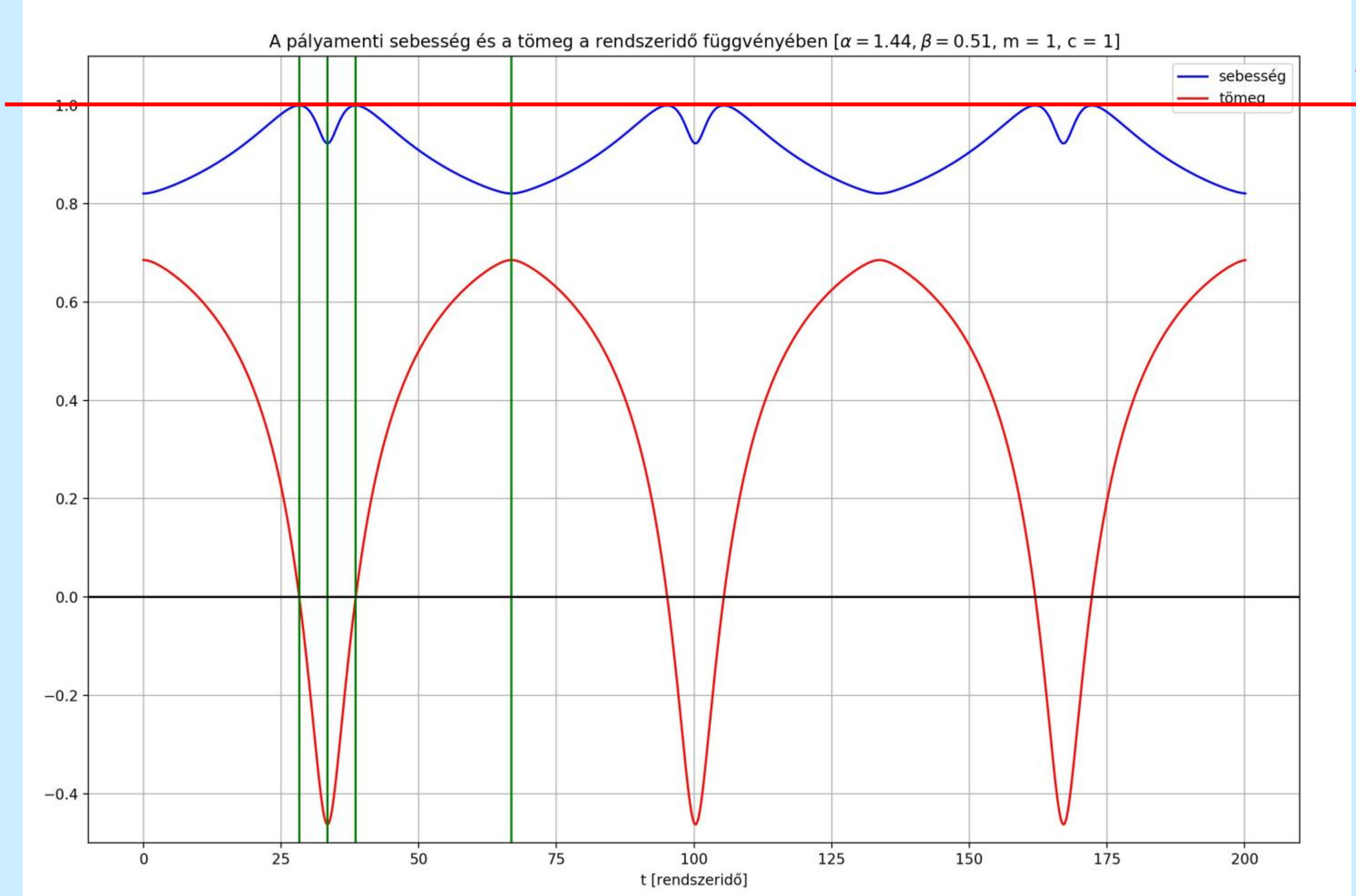
A számlálóban levő tömeg
a taszítógömbben (r < R) negatívvá válik

A vonzó potenciál
a negatív tömeget taszítja



A/ modell:

hagyományos dinamikai
fogalmak használata



v = c

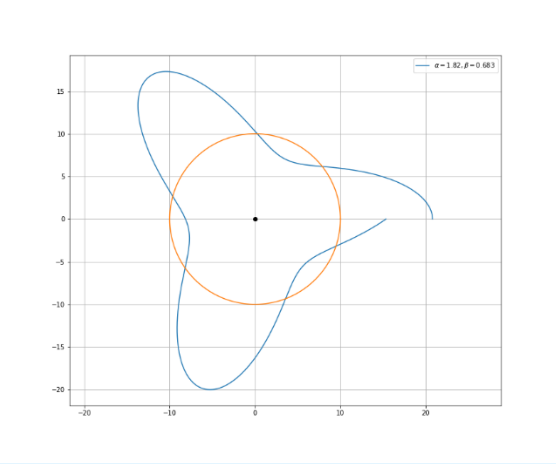
**Hogyan magyarázza meg
az A/ modell a taszítógömb és
a konkáv pályaszakaszok fellépését?**

Beltrami-tétel: sztatikus térben
megmaradó mennyiség

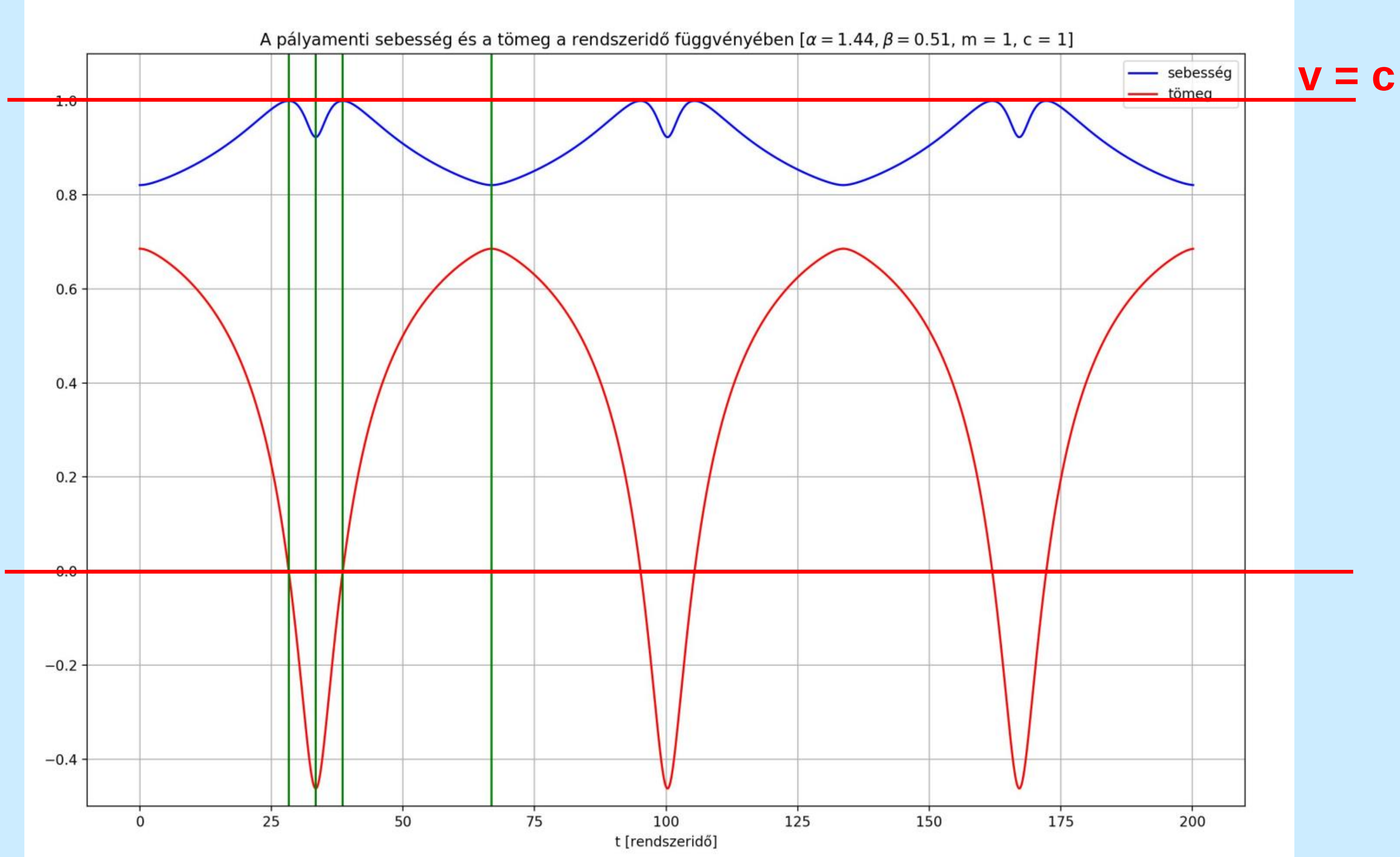
$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

A számlálóban levő tömeg
a taszítógömbben (r < R) negatívvá válik

**A vonzó potenciál
a negatív tömeget taszítja**



A/ modell:
hagyományos dinamikai
fogalmak használata



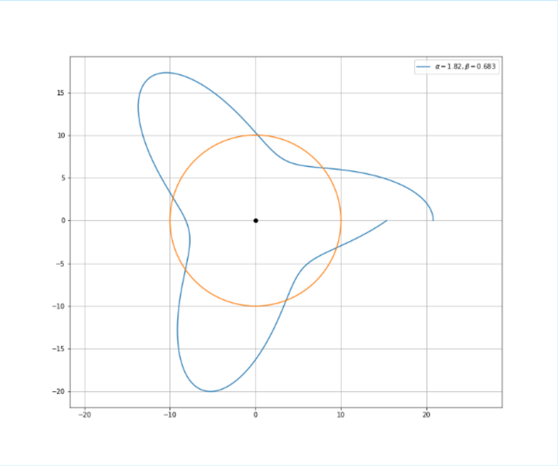
**Hogyan magyarázza meg
az A/ modell a taszítógömb és
a konkáv pályaszakaszok fellépését?**

Beltrami-tétel: sztatikus térben
megmaradó mennyiség

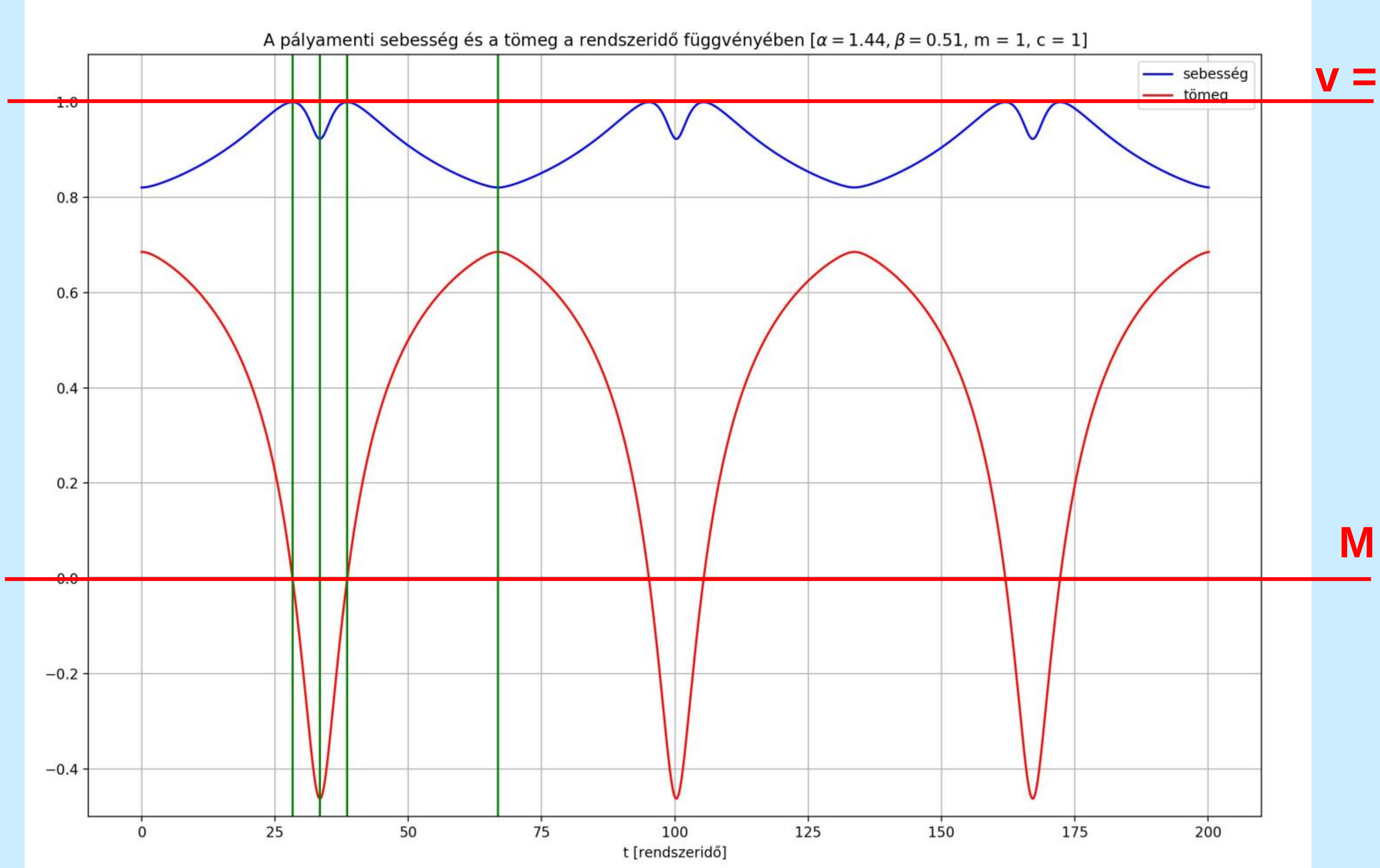
$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

A számlálóban levő tömeg
a taszítógömbben (r < R) negatívvá válik

**A vonzó potenciál
a negatív tömeget taszítja**



A/ modell:
hagyományos dinamikai fogalmak használata



v = c

M = 0

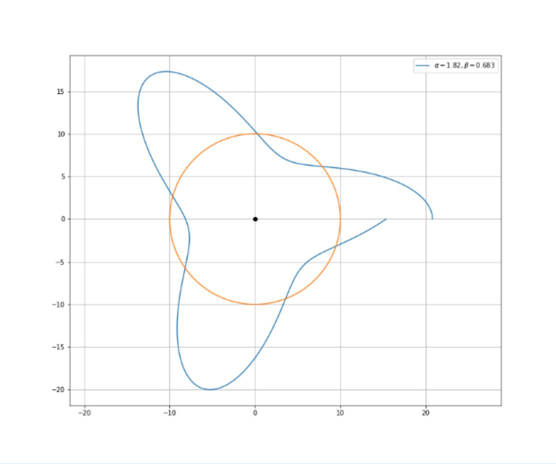
Hogyan magyarázza meg az A/ modell a taszítógömb és a konkáv pályaszakaszok fellépését?

Beltrami-tétel: sztatikus térben megmaradó mennyiség

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

A számlálóban levő tömeg a taszítógömbben (r < R) negatívvá válik

A vonzó potenciál a negatív tömeget taszítja



akinek ennyi jó kevés…

akinek ennyi jó kevés… **B/ modell**:

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2} \mathbf{a} = - \left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

$$\mathbf{a} = - \left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W \nabla W(\mathbf{r})$$

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

$$S = \int \left(W(x)\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W\, \nabla W(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2} \mathbf{a} = - \left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

$$\mathbf{a} = - \left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W \nabla W(\mathbf{r}) = - \frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right)$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2} \mathbf{a} = - \left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

$$\mathbf{a} = - \left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W \nabla W(\mathbf{r}) = - \frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2} \mathbf{a} = - \left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

$$\mathbf{a} = - \left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W \, \nabla W(\mathbf{r}) = - \frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r})$$

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W\,\nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2}\,\nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\,W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W\,\nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2}\,\nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\,W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2} \mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2}\right) W \nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2}\right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál

akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\, \mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

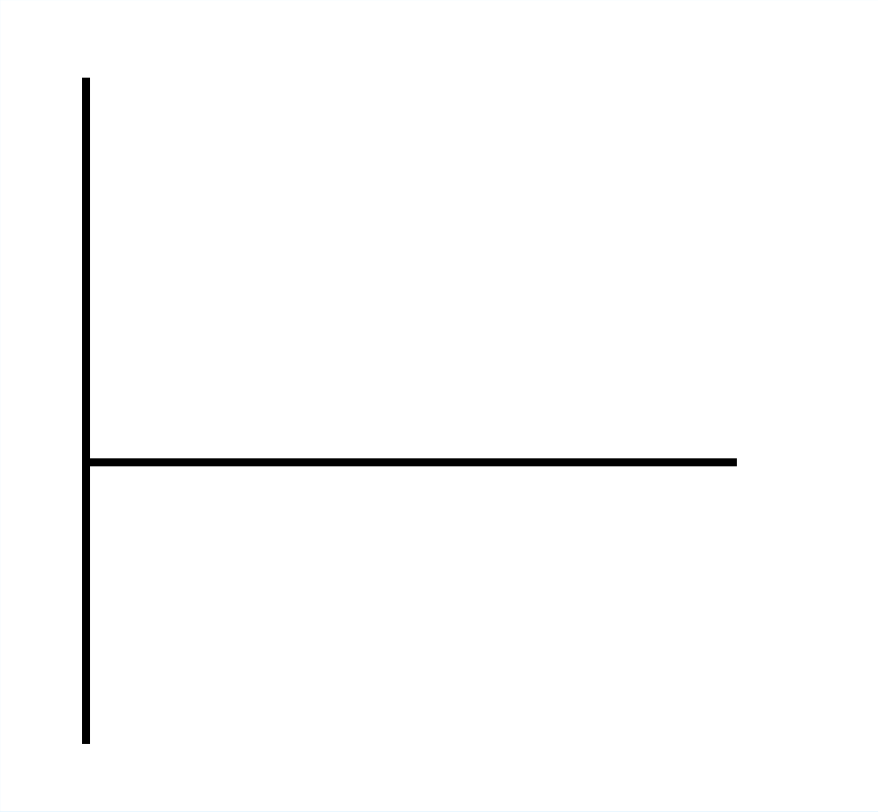
$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2}\right) W \nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2}\right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál



akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\, \mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

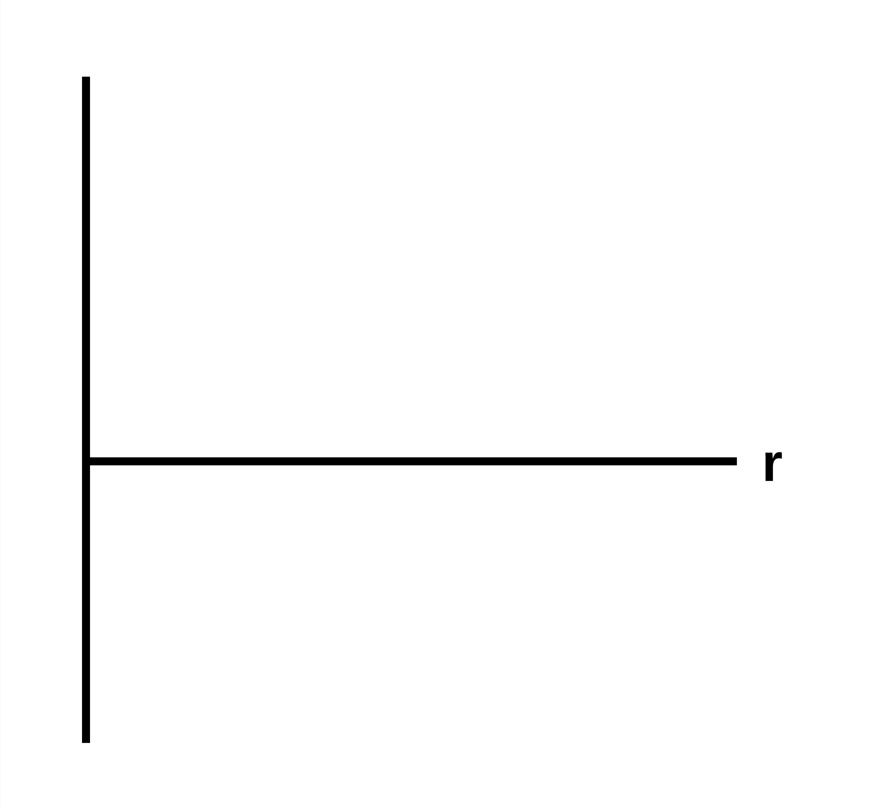
$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W \,\nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál



akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

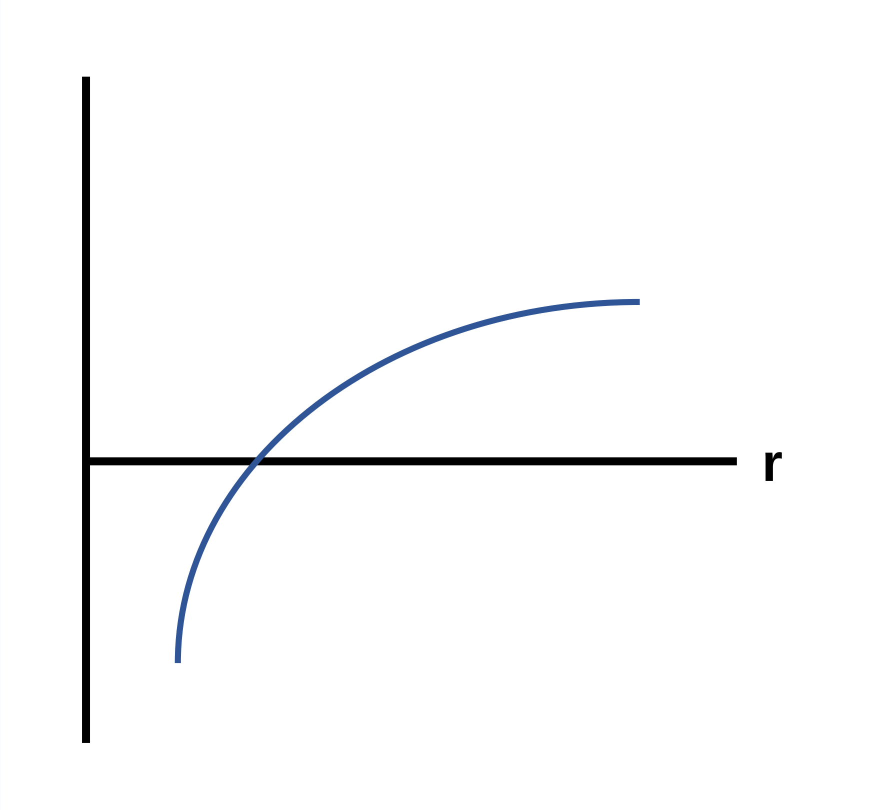
$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2}\right) W\, \nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2}\right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál



akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

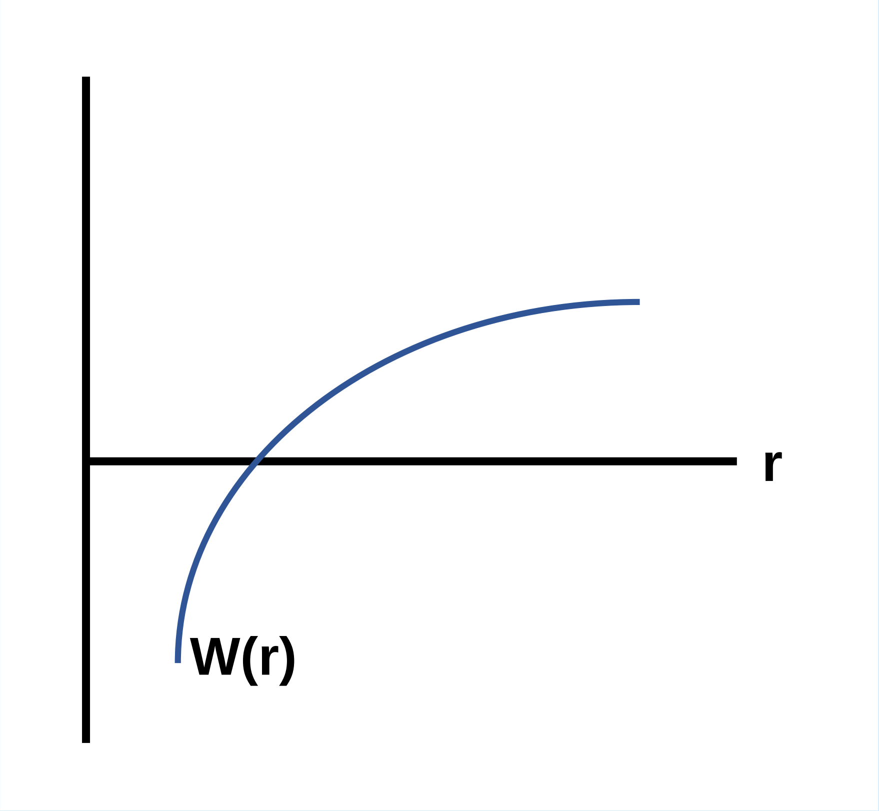
$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2}\right) W\,\nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2}\nabla\left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2}\right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\,W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál



akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2} \mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

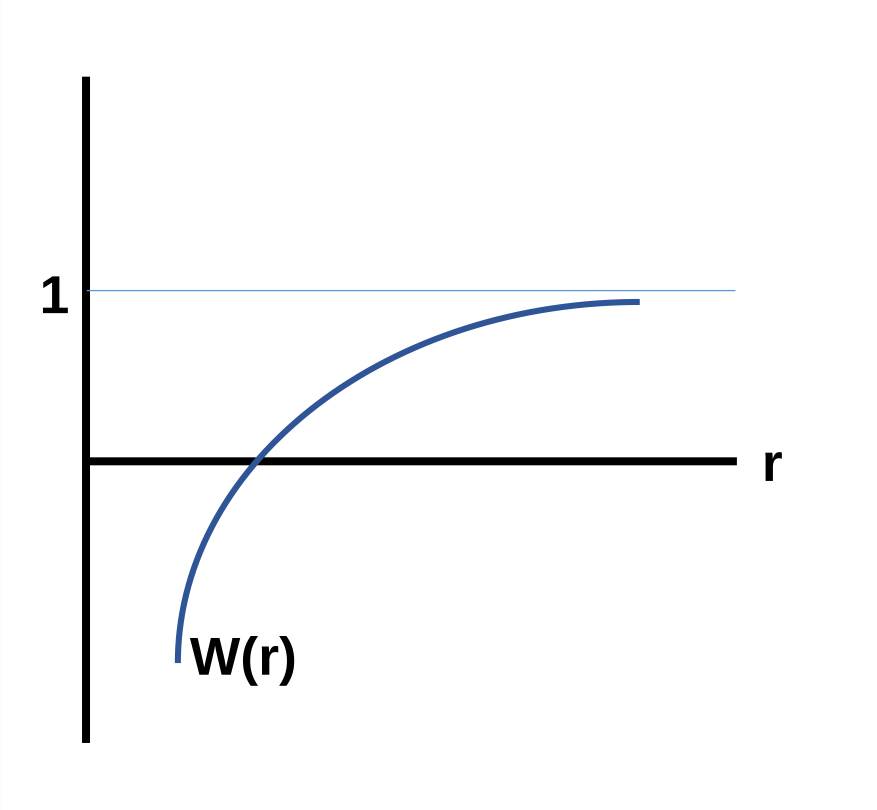
$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W \nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál



akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

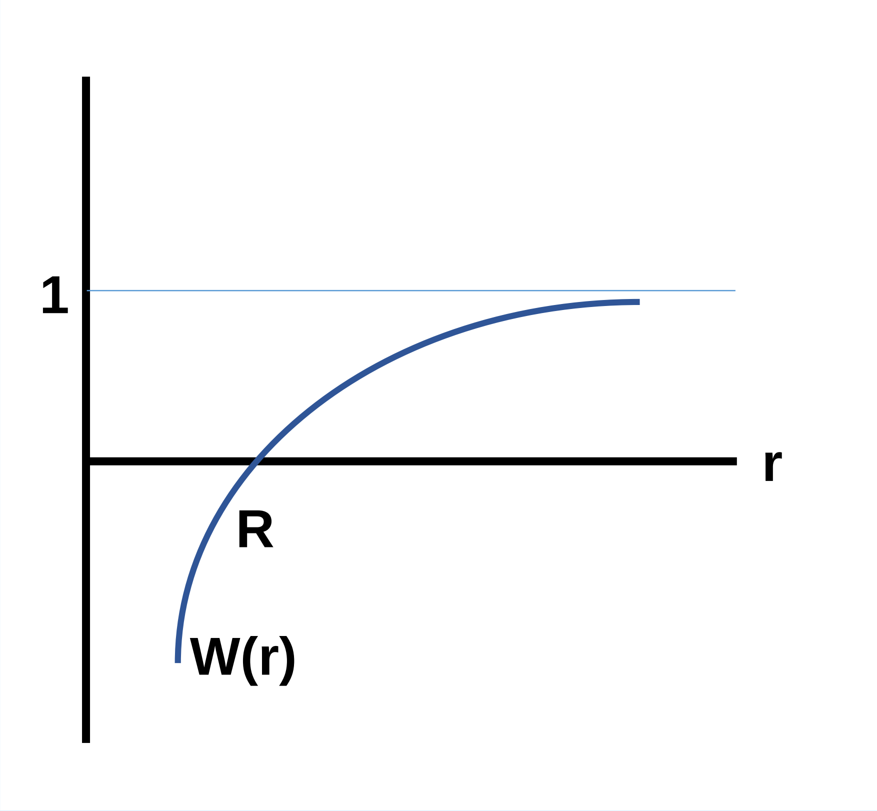
$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2}\right) W\,\nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2}\nabla\left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2}\right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\,W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál



akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

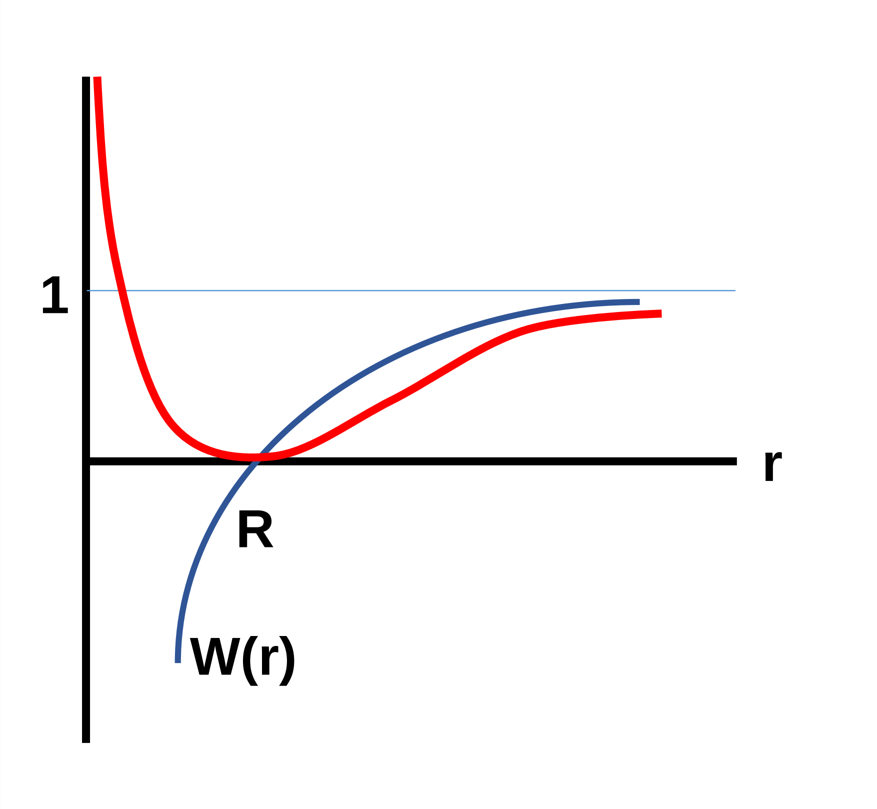
$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W\, \nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál



akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2}\,\mathbf{a} = -\left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

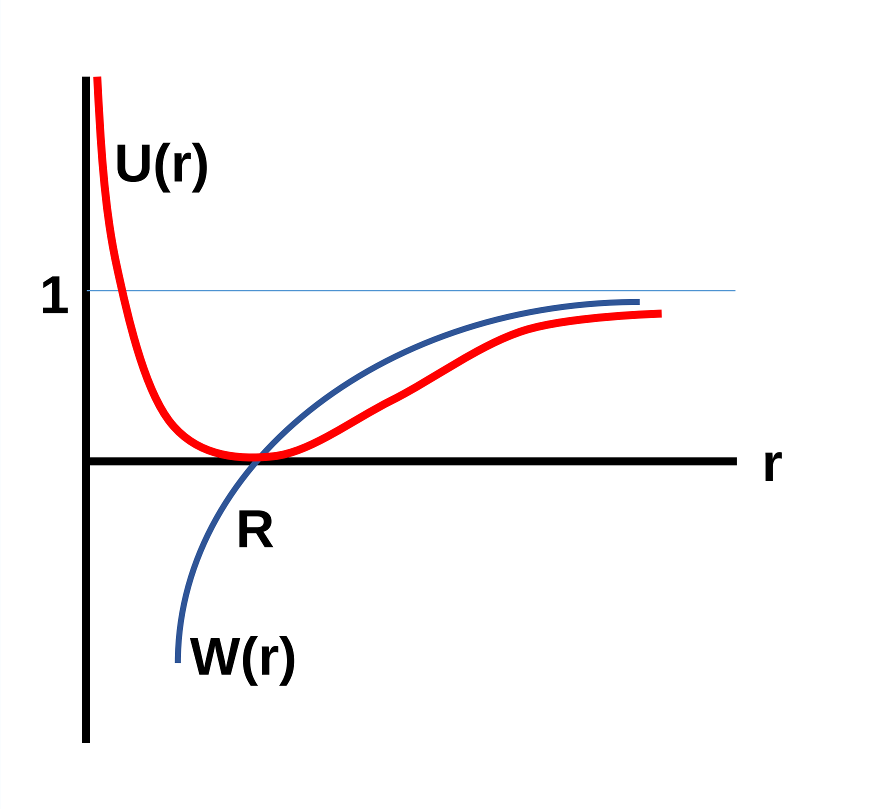
$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W \,\nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál



akinek ennyi jó kevés…

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$S = \int \left(W(x) \sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}} \right) dt$$

a hatásintegrál nemrelativisztikus alakja

$$\frac{W(\mathbf{r})}{c^2} \mathbf{a} = - \left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2} \right) \nabla W(\mathbf{r})$$

a mozgásegyenlet sztatikus mezőben

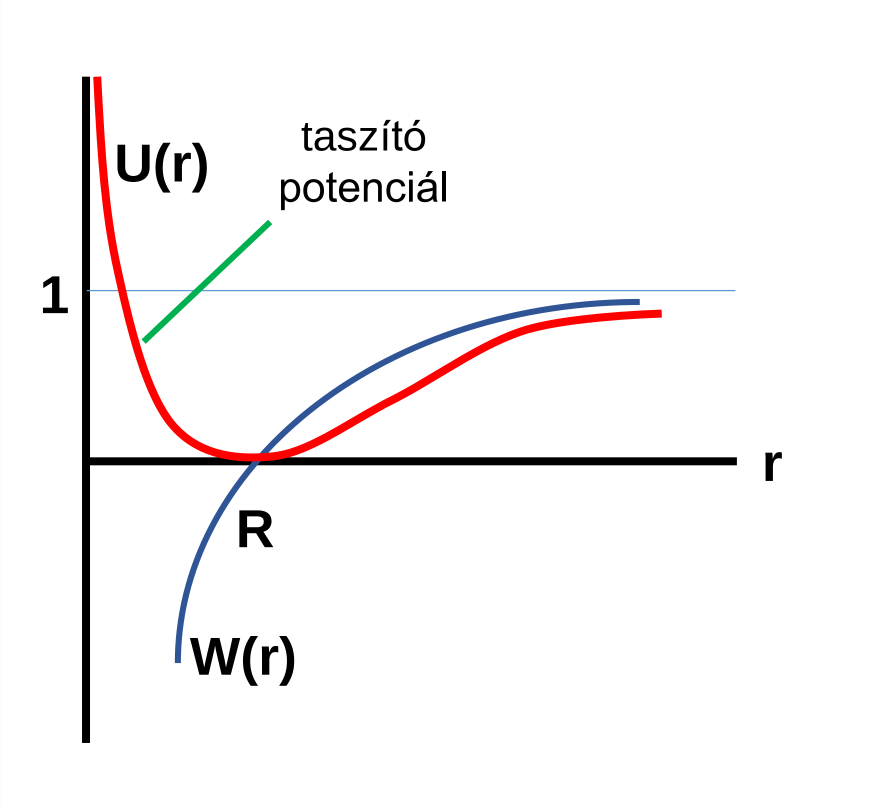
$$\mathbf{a} = - \left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W \nabla W(\mathbf{r}) = - \frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$E = \frac{W(\mathbf{r})}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = \frac{1 - \frac{R}{r}}{\sqrt{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}} = const$$

Beltrami-tétel

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r} \right)^2$$

effektív potenciál



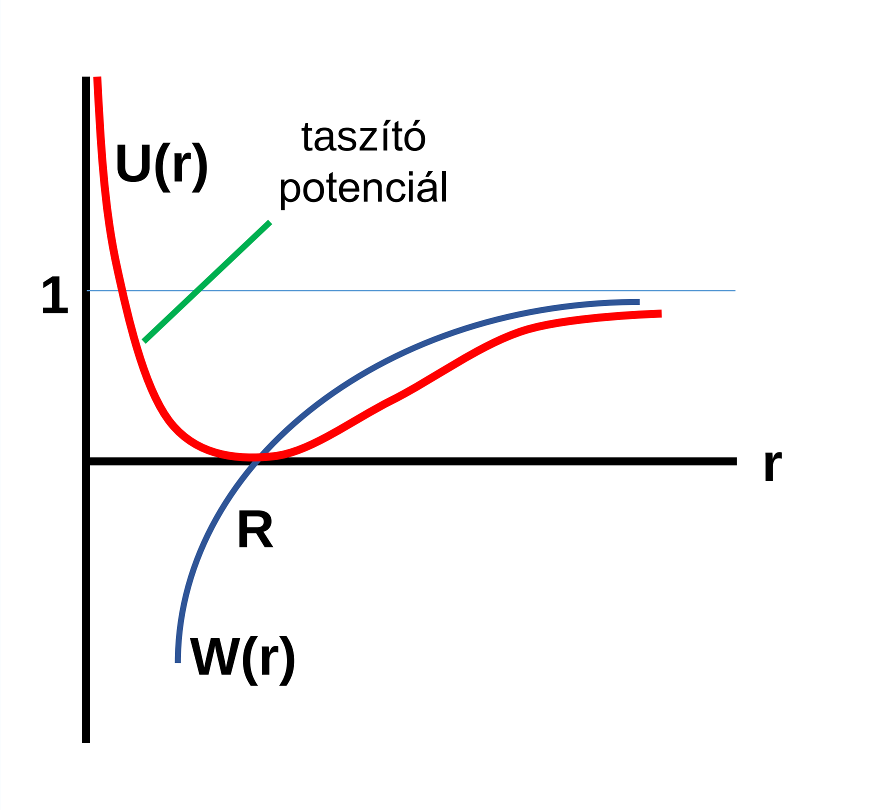
B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$$\mathbf{a} = -\left(\frac{1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}}{W^2} \right) W \, \nabla W(\mathbf{r}) = -\frac{1}{E^2} \nabla \left(\frac{W^2(\mathbf{r})}{2} \right) = -\nabla U(\mathbf{r})$$

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2} \left(1 - \frac{R}{r} \right)^2$$

effektív potenciál

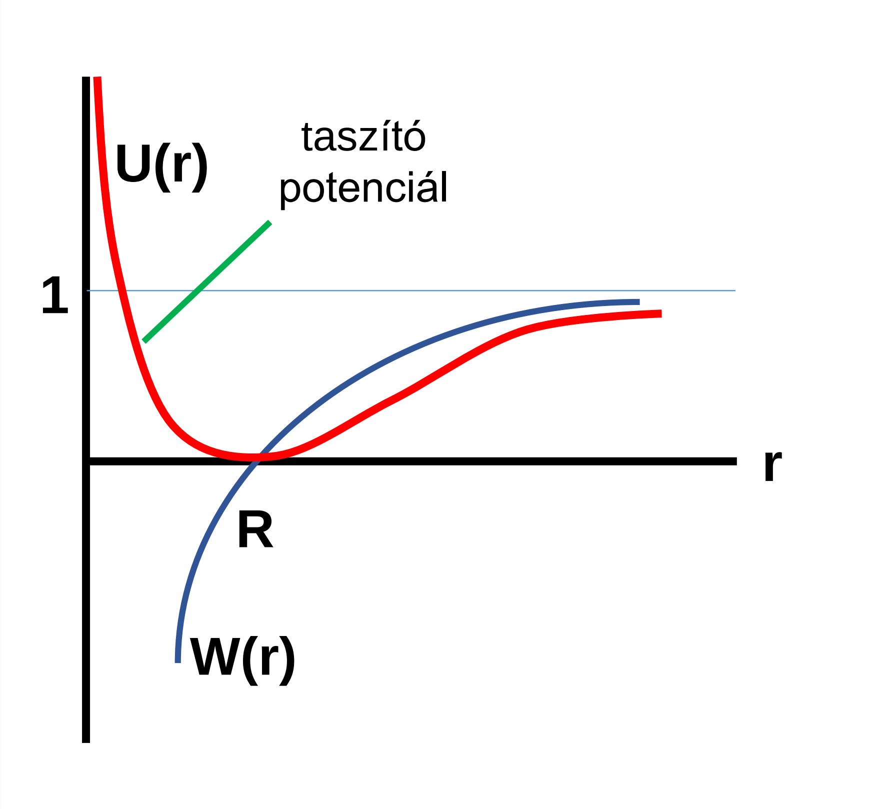


B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$\mathbf{a} =$

$-\nabla U(\mathbf{r})$



$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\,W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

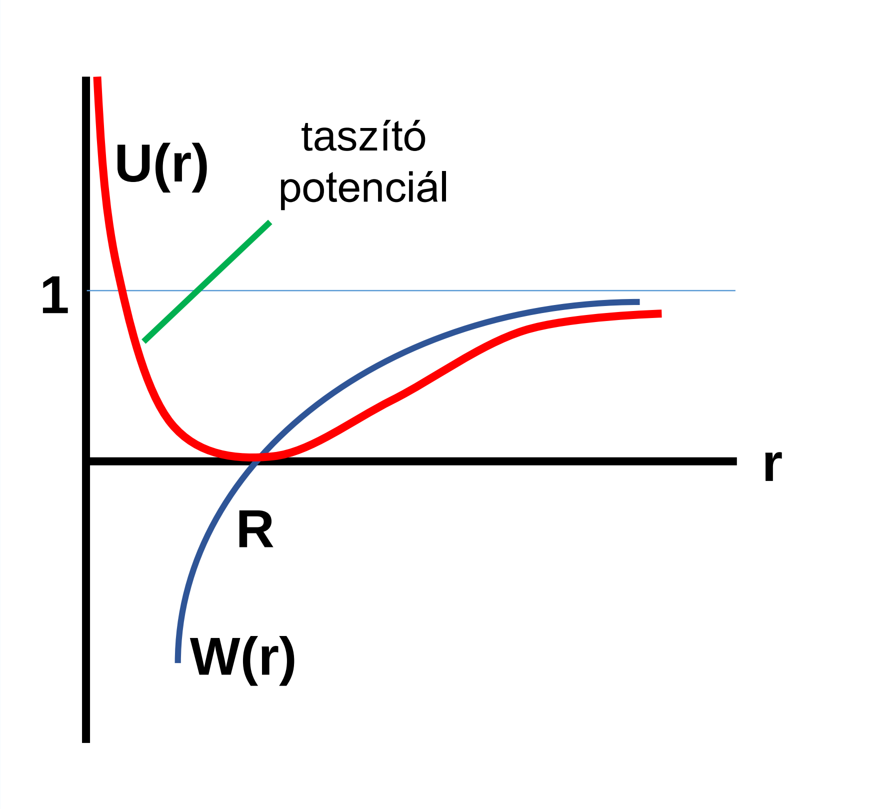
effektív potenciál

B/ modell:

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

a B/ modell nem használja a változó nyugalmi tömeg sokakat zavaró fogalmát

$$\mathbf{a} = \qquad -\nabla U(\mathbf{r})$$



$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\,W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál

B/ modell:

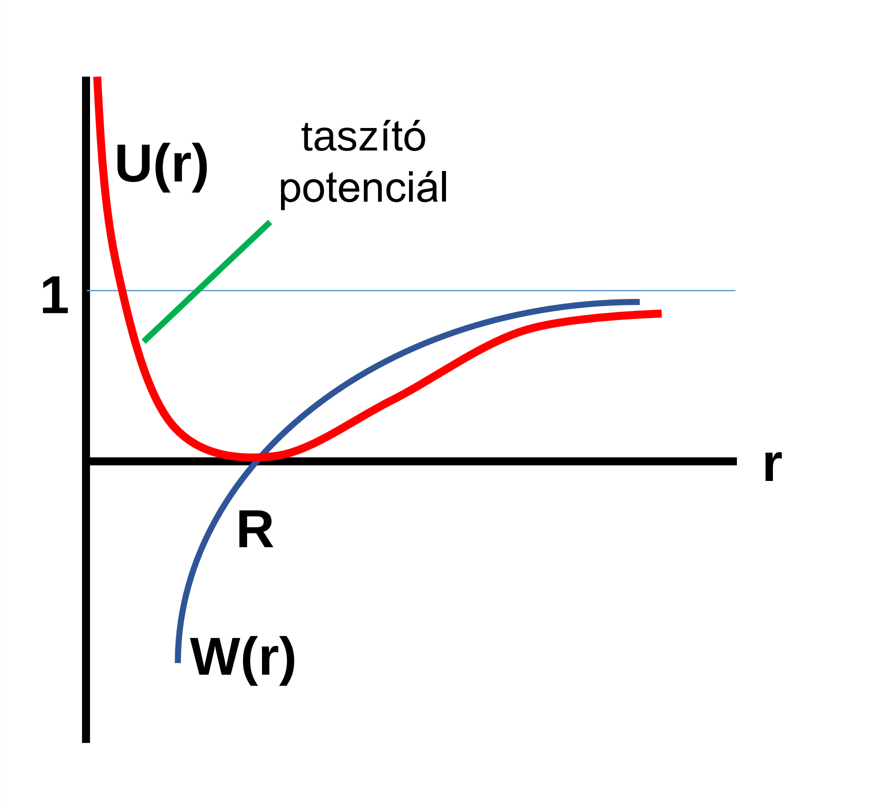
a B/ modell nem használja a változó nyugalmi tömeg sokakat zavaró fogalmát

(egyáltalán: a tömeg és az erő fogalmát sem használja)

Sztatikus skalármezőben a relativisztikus mozgás úgy megy végbe, mint a nemrelativisztikus mozgás egy pozitív definit effektív potenciálban

$\mathbf{a} =$

$-\nabla U(\mathbf{r})$



$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\,W^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\,E^2}\left(1 - \frac{R}{r}\right)^2$$

effektív potenciál

akinek ennyi jó kevés…

akinek ennyi jó kevés…

C/ modell:

akinek ennyi jó kevés…

C/ modell:

D/ modell:

akinek ennyi jó kevés…

C/ modell:

D/ modell:

E/ modell:

akinek ennyi jó kevés…

C/ modell:

D/ modell:

E/ modell:

…

akinek ennyi jó kevés…

C/ modell:

D/ modell:

E/ modell:

…

A jól feltett kérdésekre a matek válaszol

akinek ennyi jó kevés…

C/ modell:

D/ modell:

E/ modell:

…

A jól feltett kérdésekre a matek válaszol
(a modell keretein belül)

akinek ennyi jó kevés…

C/ modell:

D/ modell:

E/ modell:

…

A jól feltett kérdésekre a matek válaszol
(a modell keretein belül)

A fizikai interpretáció esetleges és illékony

akinek ennyi jó kevés…

C/ modell:

D/ modell:

E/ modell:

…

A jól feltett kérdésekre a matek válaszol
(a modell keretein belül)

A fizikai interpretáció esetleges és illékony

Köszönöm Matolcsi Tamásnak, hogy diákkorom óta igyekezett elültetni bennem a kristálytiszta matematikai szigorúság iránti tiszteletet, csodálatot és vágyakozást,

Köszönöm Matolcsi Tamásnak, hogy diákkorom óta igyekezett elültetni bennem a kristálytiszta matematikai szigorúság iránti tiszteletet, csodálatot és vágyakozást,

ugyanakkor a régen elfogadott fogalmak, eredmények, előítéletek és rögeszmék iránti egészséges szkepszist is

Köszönöm Matolcsi Tamásnak, hogy
diákkorom óta igyekezett elültetni bennem
a kristálytiszta matematikai szigorúság
iránti tiszteletet, csodálatot és vágyakozást,

ugyanakkor a régen elfogadott fogalmak,
eredmények, előítéletek és rögeszmék
iránti egészséges szkepszist is –
ami olykor a saját eredményeinkre, sőt
mestereink eredményeire is kiterjedhet.

Köszönöm Matolcsi Tamásnak, hogy
diákkorom óta igyekezett elültetni bennem
a kristálytiszta matematikai szigorúság
iránti tiszteletet, csodálatot és vágyakozást,

ugyanakkor a régen elfogadott fogalmak,
eredmények, előítéletek és rögeszmék
iránti egészséges szkepszist is –
ami olykor a saját eredményeinkre, sőt
mestereink eredményeire is kiterjedhet.

További munkás és eredményes éveket kívánok!

További munkás és eredményes éveket kívánok!